Ms 5095/25. Eötvös Loránd kísérleti fizikai előadásai

Mozgástan. Bevezetés.

I rész mozgások leirása Kinematika

1 fejezet. hossz és idő mértékek, mérőeszközök.

2 fejezet a pont mozgásának leirása.

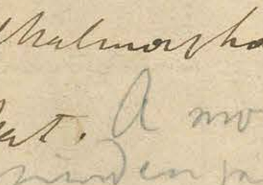
§1. A pont.

A mozgó ~~pont~~ tömegpont egy oly kis test melynek részeket, ~~oldalakat~~ megkülönböztetni nem tudunk. Mindannyiszor ha a testek mozgását mint egészét kívánjuk alkalmazhatjuk reá jutunk a pont képzetére megállapítottuk. Hát. A mozgást közvetlenül leirjuk ha a pont helyzetét minden pillanatban adjuk – úgy mint egy vasúti menetrendben.

§2. Elmozdulás Dislocatio.

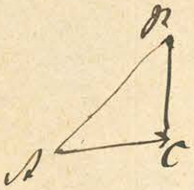
Az elmozdulás a mozgás eredménye. Ha a pont A-tól B-be jutott, akkor elmozdulása. AB egyenes hosszára és irányára, és maga nem az út A és B között lehe-lett az akármilyen.

A → B



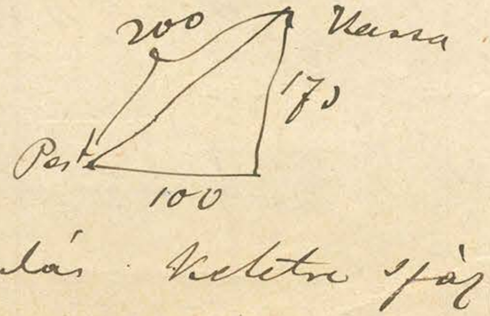
§3 Az elmozdulás összetevői.

A pont A-B juthat s elmozdulása $\underline{AB}$, ha A-tól C-be ~~A~~C-től B-be jut így elmozdulása egyszersmind.



AC és CB elmozdulásai ~~e szerint~~ együtt ~~ugyanazon elmozdulást fog~~ egy ~~[illegible]~~ értékűek ~~[illegible]~~ AB-vel. $\underline{AC}$ és $\underline{BC}$ az $\underline{AB}$ összetevői $\underline{AB}$ az AC és BC eredője.

Ebből folyik az elmozdulások egyenközénye.
Az eredő elmozdulás átlója az egyenközénynek, melynek oldalai az összetevő elmozdulások.
Két egyirányú elmozdulásnak eredője az elmozdulások összege — Két ellentett elmozdulásnak eredője null. Rendesen derékszögű elmozdulási ~~ö~~ összetevők. __Példa__ ~~F~~ elmozdulás __Pestről Kassára__



Az elmozdulás keletre száz északra 170.

§4. Egyidejű elmozdulások.

Az elmozdulások összetevése egyformán történik akár az összetevő elmozdulások egyszerre akár egymásután végeztetnének. Akár egyidejűleg mozgom 100 méterrel keletre és 175 kilométerrel északra, akár előbb 100 métert keletre, s azután 175 kilométert északra mindkét esetben Kassára jövök. ~~Tehát egyidejű~~

Ugyanez áll fordítva az el~~mozgások~~dulások elbontására nézve és összetevőikre..

~~§5. Sebesség.~~

§5. Egyenletes egyenes nem egyenletes és görbe mozgás.

Van a mozgásnak egy neme melynél egymást követő ~~egyenlő~~ s bármily nagy és bármily kicsiny időszakokban az elmozdulások egyenlő nagyságúak s egyenlő irányúak. Ez az egyenletes és egyenes mozgás. A mozgás melynél az elmozdulások egy irányúak de nem egyenlőek egyenes és nem egyenletes.

A mozgás szerint az elmozdulások iránya változó

~~görbe~~ nem egyenes, görbe pályájú mozgás.

törött vonalú mozgásokat máskép dolgozzuk.

A geometriai vonal melyen a pont végig fut.

a ~~mozgás~~ pont pályája. A pont mozgásának iránya

P ~~pontban~~ helyzetben a pályához P pontban hú-

zott érintő iránya.

§6. Sebesség. ##)

A sebesség

~~Egy pont~~ az elmozdulás ~~nak~~ ~~mérve~~ időbeni lefolyásának ~~mérve~~ a sebesség.

A sebesség, az elmozdulás időbeni lefolyásának mérve.

A sebességet az egyenletes és egyenes mozgásnál az idő egység alatt befutott út által mérjük. ~~Helyesebben a sebes-~~ azért nem szabad mondani hogy a sebesség az idő egység alatt befutott út, ~~az idő egység alatt befutott által a sebességnek~~ hanem csak méri azt — úgy mint a hossz, és a sebesség a felületet. ##

~~C Spont pedig a hossz~~

Ennek $s = C\,v\,t$; $v = C \cdot \frac{s}{t}$ ∴ $\frac{v}{v'} = \frac{s/t}{s'/t'}$ $v = \frac{v'}{s'/t'} \cdot \frac{s}{t}$

hol C arányossági tényező: ha a C-t egyenlőnek

vesszük 1-el, mi által a ~~tudás~~ sebesség okpesű egységét nyerjük. E sebességnek iránya az egyenes melyben a mozgás történik.

Példák. Ha Kassára megyek 5 óra alatt a sebesség

$$v = \frac{200}{5} = 40 \text{ kilométer óránként}$$

$$\frac{40}{3600} = \frac{1}{90}$$

Folyó	3
ló trappban	3,8
leggyorsabban	26,
gyalog járó	7,
légy nyugodtan	1,7
légy Mozgalma	9,7
szél	3,3
orkán	38,0

Jegyzet. „A sebesség az időegység alatt befutott út" olyan tétel mintha mondanók „az egyenlőszög területe a tőszegység melletti magassága"

Egyenletes és egyenletes ~~sebességnél~~ mozgásnál

$$s = vt$$

szerint kiszámítható a befutott út.
És az egyenlet áll bármely kicsiny időre is.

Nem egyenletes egyenes mozgásnál. A sebesség már nem mérhetjük az idő egység alatt befutott úttal. Nem annak már értelme.

~~Folytonosság elve~~

De minden mozgást nagyon kicsiny időtartam alatt az egyenletes és egyenes felé közeledik. Ez a mozgások folytonossági elve. A ~~vonat~~ mikor megáll lassudik, minden pillanatban van ezért sebessége. ~~Épúgy~~ A sebességet itt is

$$v = \frac{s}{t}$$

kifejezés adja, csakhogy csupán annyiban, amennyiben a mozgást egyenletesnek tekinthetjük, tehát ~~nagyon~~ kicsiny idő alatt. Ugyanolyan igen kicsiny időkre

$s = vt$ a befutott utat adja.

Ilyen a szerint a mint kisebb nagyobb időt veszünk kisebb nagyobb sebességet nyerünk. De ha ~~az időt~~ a mozgás tartamát kisebb kisebbnek vesszük a mozgás mindinkább egyenletessé válik. Például ha $s = ct^2$

~~Akkor~~ ~~t~~ t_1 t_2 $s_1 = c$ $s_2 = 4c$ $v_1 = c$ $v_2 = 2c$ akkor.

De ha ~~veszünk~~

$$v = \frac{c(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} = c(t_2 + t_1)$$

$$= 2ct +$$

III) Jegyzet 1882 ben

Jobb e fejezet bevezetése így:

A sebesség az elmozdulás időbeni lefolyásának mérése. Egyenletes mozgásnál

$$s = \sigma t$$

a hol σ az időegység alatt befutott út

Az időegységek alatt befutott utak a sebesség mérésére használhatók mondván

$$\frac{v}{v'} = \frac{\sigma}{\sigma'} \quad \text{vagyis}$$

$$v = \frac{v'}{\sigma'}\sigma$$

ha most mondjuk hogy azon sebesség a sebesség egysége melynél az időegység alatt befutott út $=1$ és ennél $v'=1$ tehát $\sigma'=1$ lesz

$$\sigma = \sigma = \frac{s}{t}$$

~~Ily~~ A mozgás egy kicsiny tartamára áll akkor
Mely változó mozgásnál a sebesség ~~számra~~ lesz azon út által melyet a pont befutna
ha sebessége állandó lenne: $v = \frac{s}{t}$ és

$$s = vt$$

~~De csak annyiban, meg~~

Itt az elmozdulást egy nagyobb időre csak is a kicsiny idők alatti elmozdulások összetevése által foghatjuk nyerni.

Görbe mozgást egyenesnek tekinthetünk egy nagyon kicsiny idő alatt s akkor az ügyre is alkalmazható lesz az előbbi definitió s képlet.

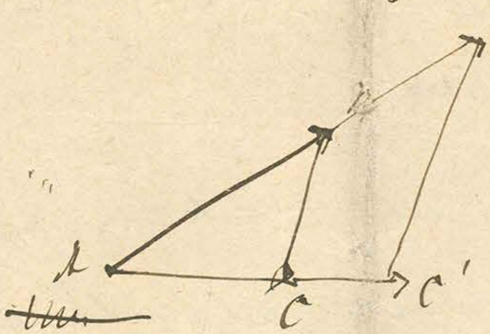
Sebesség előállítása egyenesek által (188½)

§. 7. Sebességek összetevése s bontása.

Az elmozdulást összetevőkre – s pedig egyidejű elmozdulásokra bonthatjuk. Ez egyidejű összetevő elmozdulások sebességeit, melyek ugyanazon idő alatt ugyanazon eredő elmozdulást létesítenek – mint az eredő sebesség a sebesség összetevőinek nevezzük.

Tehát a sebesség összetevői, az elmozdulások összetevőinek sebességei. A sebességek összetevői úgy mint a sebesség az eredő elmozdulást hozzák létre. E szerint az összetevő sebességek ugyanazt a mozgást s így a [illegible] az eredő E szerint sebességek egyenértékűje

A sebességeket ~~képzelhetjük~~ előállíthatjuk három által melyek az időegység alatt befutott utakkal arányosak.



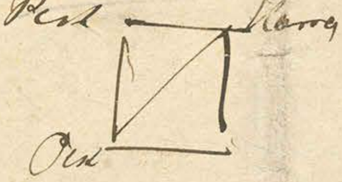
A-tól B-be t idő alatt

Sebességek egyenlősége.

eredő és összetevő sebességek.

Rendesen derékszögű összetevők.

Példa Kassa Pest



Mechanika 1880/81 II

§ 8. Sebesség változása.

Láttuk, hogy a sebességet két adat határozza meg, annak nagysága és iránya. Egyenletes egyenes mozgásnál a nagyság és irány is állandó. Nem egyenletes egyenes mozgásnál a nagyság, egyenletes görbe mozgásnál az irány változik.

Mind e változásokat úgy foghatjuk fel, mintha a mozgó testben a már meglevő mellé új sebességek járulnának. Úgy hogy a sebességet meghatározhatnók az által, ha azt egy megelőző pillanatban ismerve tudjuk egyszersmind mi járult hozzá.

~~§ 9. Gyorsulás.~~

~~Nat Nem egyenletes egyenes mozgásoknál~~

Egyenes mozgásoknál ez a hozzájáruló sebesség a meglevő sebesség irányába esik. Görbe mozgáesetnél nem. A sebesség változásán bármely idő alatt ~~alatt~~ értjük a sebességet mely ez időben a már meglevőhöz hozzájárult. Van egy mozgás melynél a sebesség változásai egyenlő egymásután következő időtartamokban ugyanazon irányú és ugyanazon nagyságú. ~~Ez az egyenletes gyorsító mozgás~~ Ez az egyenletesen változó mozgás.

§ 9. Gyorsulás.

Gyorsulásnak hívjuk a sebesség változásának mérvét. ~~Azt mérjük~~ Az egyenletesen változó mozgásnál azt mérjük az időegység alatti ~~vele~~ hozzájárult sebesség által

$$g = C \cdot \frac{\varepsilon}{t}$$

Lévén $C = 1$ gyorsulás egysége

$$g = \frac{\varepsilon}{t}$$

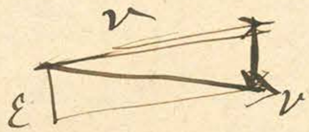
A gyorsulás egys. azon mozgás gyorsulása melynél az időegység alatt a meglevő sebességhez a sebesség egység járúl. Nem egyenletesen változó mozgás által aggyon minden időköz alatt egyenletesen változóknak ~~tekinthetünk~~

$$\varepsilon = gt$$

Adja a sebességet mely hozzá járúl.

<u>Sebesség construálása.</u>

~~A~~ Valamely gyorsulás összetevői olyan gyorsulások melyek eggyütt egyszerre sebesség változást ~~[illegible]~~ felel meg mind magában a gyorsulásnak.

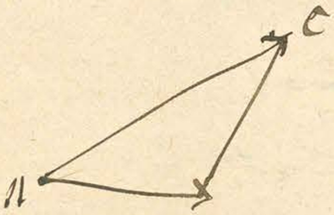


Gyorsulás 1 egyenes által construálhatunk.

<u>Irányos és az időegység alatt hozzájáruló sebességgel.</u>

~~Egyszint Egyenlőt nagyságra irányára~~

~~vége az időegység alatti hozzájáruló sebességet~~



Mindegy azt mondjuk hozzájárúl az időegység alatt meglevőhöz AC vagy AB és BC sebesség.

Gyorsulásnak összetevői — eredője.

Lásd 3 lappal át — Lásd a mellékletet

§ 10. Mozgások leírása a sebességek s gyorsulások által.

Példák

Első módszer. Megmondom minden időre a helyét.

Második módszer Megmondom 1 pillanatban a helyét és a sebességet. minden időre a sebességet

Változó mozgásoknál 1 pillanatban a hely és a sebesség és az gyorsulás. minden időre

1) Egyenletes és egyenes mozgás.

$s = ct \qquad g = 0 \qquad v = c$

2) Esés. $s = at^2$

sebesség?

lent

~~$s_1 = at_1^2$~~ $\qquad s = at^2 \qquad s = 490t^2$

~~$s_2 = at_2^2$~~ $\qquad s' = at'^2$

Mozgás parabolában

$y = ct$

~~$x = \frac{g}{2}t^2$~~ $x = at^2$

$$v = \frac{s'-s}{t'-t} = a\,\frac{t'^2-t^2}{t'-t}$$

$v = a(t'+t)$

$v = a2t + t$

$v = 2at \qquad v = 980t.$

$g = \frac{v}{t} = 2a$

Mellèklet

Példa a mozgás leírására.

<u>1ső módszer szerint</u>. Megmondom minden időben hol van a pont. Példa vasúti vonat

Pest
Vácz
Esztergom
Pozsony
Bécs

~~Vagy~~ Megmondom ismerve a pályát ~~[illegible]~~.

$s = f(t)$ $s = at^2$

2ik módszer Vagy megmondom ~~a mozgás kezdőpillanatában~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ mekkora a sebesség ~~[illegible]~~ x a mozgás kezdetétől fogva tartama alatt

~~Pesttől Párisig~~ ~~V~~.

$\cancel{v = f(t)}$

$v = at$

$v = bt$

ebből az elmozdulás következik

Ohrlovdin – változó mozgás.

a helyett tegyünk 6-t

		σ_0	σ_1
0	0	0	a
1	a	a	2a
2	2a	2a	3a
3	3a	3a	4a
4	4a	4a	
5	5a	5a	
6	6a	6a	
7	7a	7a	
8	8a	8a	
9	9a	9a	10a
10	10a		

$s_0 = \sum \sigma_0 = \frac{9.10}{2} a$ $\qquad$ $s_1 = \sum \sigma_1 = \frac{10.11}{2} a$

10 m.p.-re nézve $90\frac{a}{2} < s < 110\frac{a}{2}$

20 m.p.-re nézve $s_0 = \frac{19.20}{2} a$ $\qquad$ $s_1 = \frac{21.20}{2} a$

$\partial\ 80a < s < 420\,a$

20 m.p. alatt vagyis kétszer akkora idő alatt négyszeres.

általánosan

$\tau = \frac{t}{n}$

	v	$s_0 = at$	s_1
0	0		
τ	$a\tau$	0	$a\tau^2$
2τ	$2a\tau$	$a\tau^2$	$2a\tau^2$
3τ	$3a\tau$	$2a\tau^2$	$2a\tau^2$
4τ	$4a\tau$		
.			
.			
.			
$(n-1)\tau$	$(n-1)a\tau$	$(n-1)\tau^2$	$na\tau^2$
$n\tau$	$na\tau$		

$$s_0 = \frac{n\tau^2(n-1)}{2}a = \frac{a}{2}t^2 - \frac{1}{n}\frac{a}{2}t^2$$

$$s_1 = \frac{n\tau^2(n+1)}{2}a = \frac{a}{2}t^2 + \frac{1}{n}\frac{a}{2}t^2$$

ezek között úgy hogy

$$s = \frac{a}{2}t^2$$

~~Egyenes~~ Mozgás adva lehet a gyorsulás által minden időre s a kezdetsebesség által akkor ugyanis a többi következik. Példa

$$g = b \qquad t = 0 \quad v = 0$$

akkor.

$$\varepsilon = bt \qquad \text{és} \quad v = c + \varepsilon$$

$$c = 0$$

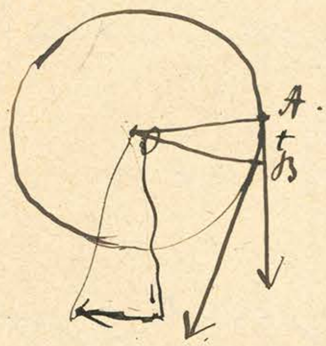
$$v = \varepsilon$$

$$\underline{v = bt}$$

ez által már a mozgás adva van.

3) Egyenletes mozgás körpályában

$$s = ct$$



$$v = C.$$

változik a sebesség iránya mi által a gyorsulás és milyen irányú ez.

τ alatt A-ból B-be.

Hozzájárult AB sebesség a középpont felé ennek nagysága

$$\frac{c\tau}{AB} = \frac{r}{c}$$

$$AB = \frac{c^2}{r}\tau$$

e szerint a gyorsulás

$$g = \frac{c^2}{r}$$

ez a középpont felé van és ágítva.

§11. Szögsebesség a mozgásnál körpályában.

A ~~sebesség~~ $v = \frac{s}{t}.$

~~Ha~~ a ~~pont~~ körpályában mozog akkor. $s = \varphi r.$

tehát $v = \frac{dr}{t}$

$w = \frac{d\varphi}{t}$ a szögsebesség

A pont vezető sugara s egy állandó irány által bezárt szög növekedésének mérve.

$$v = w r$$

Az előbbi példában például a központi gyorsulás

$$g = \frac{w^2 r^2}{r} = r \cdot w^2$$

III ik füzet

§ 12. Szilárd testek mozgása.

Haladó mozgás. Ennél minden iránya a szilárd testnek változatlan marad. Forgó mozgás egy tengely körül. Ha tudjuk ~~hogyan~~ haladó mozgását végig a tengely s irányát a tengely körüli forgó mozgást, tudjuk az egészet.

Szilárd test egyes pontjainak sebességei különbözők de szögsebességei egyenlők.

Forgás óra mutató irányában s ellentettben
jobbra .balra

Mozgástan

II rész. A mozgás elmélete. (dynamika.)

I fejezet. a dynamika alapelvei

§1. Bevezetés.

~~Láttuk hogyan~~ A kinematika arra tanít hogyan mozognak a pontok és testek – most azt keressük miért mozognak? Ezzel foglalkozik a dynamika. Ennek feladata lesz mozgástól annak okaira, s viszont ez okokból a mozgásra következtetni.

Az eljárás melyet követ ~~[illegible]~~ legfőbb körvonalaiban a következő.[1] Kiindul azon a tapasztalatból ~~[illegible]~~ kivilágló tételből, a miszerint ~~a testek~~ valamely test maga mozgását megváltoztatni nem tudja, más szóval tétlen?[2] Az okot mely a mozgó test mozgását megváltoztatja erőnek nevezi. Ha tehát ismerni fogjuk az erőt annyira, hogy tudhatjuk mennyiben változtatja meg a mozgást s ismertek lesz egy pillanatban a test mozgása akkor ez úton ~~annak~~ további mozgására is fogjuk következtethetni.

~~A testek tettenek erőt látjuk abból~~

E felfogásunk az erőről mint a mozgás változásának okáról; ~~a [illegible]~~ a ~~[illegible]~~ból, részben érzéseinkből merített. Az erő egy nemét az izomerőt érzés útján ismerjük.

erőt fejtünk ki, s [illegible]

Ha egy testet víz-szintes talajon elgurítunk – ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ mozgását változtatlanul növeljük, az most elgurúl ~~s ha ugyanazon~~ s tovább egyenletesen egyszerre megy, ha feltartóztatjuk, fogunk újra erőt kell kifejtenünk.

E példában látjuk mindenekelőtt hogy a mi erőnk a mozgást változtatja, mind pedig azt, hogy a test mely mozgásba helyeztetik mozgását változatlanul megtartja azaz ugyanazon irányban s ugyanakkora sebességgel mozog.

mozgása

Látjuk hogy elejtett testek ~~[illegible]~~ sebesedő ezt mondjuk erő van – a nehézség. Látjuk

hogy az ilyen nehéz testet nyugva megtarthatunk,
ha erőnket fejtünk ki a nehézséggel ellentetten,
hol ez izmunk feladata és maga irányába ~~az~~ nyúgja
és úgy megváltoztatni mint a nehézség azt tenné
a maga irányába. Így van ez minden felfüg-
gesztésnél, vagy megtámasztásnál is.
Nem egy példában győződhetünk meg a tételességről
is, a gyorsvonatban a földünk tengely körüli for-
gásában.

§2. Alapfogalmak

Anyag ~~megjelenése~~ (mindaz mi reánk behatást
gyakorol — a mit érzékeléinkkel észlelünk, a mi erőt
fejt ki.
~~A testet melyeknek határai vannak~~
Anyag mindaz mi reánk hatást gyakorol, Ez anyag
reánk a legkülönfélébb ~~[illegible]~~ módokon nyilvánul
és ez közvetlen egy közös egységben méréset ~~[illegible]~~ lehetetlenné teszi.

A víz anyagát vízzel mérjük, a vasét vassal.
Ezt a lemért anyagot, amit szóval az anyag mennyiségét tömegnek hívjuk.

Két liter víznek tömege kétszer akkora mint 1 literé egyenlő hőmérséklet és nyomásnál.
Hogyan lehet mérni az anyag mennyiségét vagyis a tömeget lemérni egy egységben, akár a vasaló, a víz anyagára nézve ezt a továbbiakban fogjuk látni.

~~Mozgásmennyiség~~ ~~A mozgó testek mozgása eltérő egy-ségtől~~

A test ~~t~~ mozgásmennyisége mozgásának azon mértéke, melyet tömegének és sebességének szorzatából nyerünk.

A mozgásmennyiség változását ~~a~~ mérjük a test tömegének és (t idő alatt) ~~elhagyja~~ a t idő alatt hozzájáruló sebességének szorzata által. E szerint az nem a sebességnek hanem a gyorsulásnak arányában esik, mint maga a mozgás.

megjelöli iránya ugyanaz mint a sebesség iránya.

§ 3. A mozgás alaptörvényei.

Hogyan kapcsolták már össze a mozgást és okait. Lásd. Philosophiae naturalis principia mathematica. ~~Lo~~ J. S. Newton, Londini 1686-7

Lex I Corpus omne etc.

Minden test nyugszik vagy egyenletesen és egyenesen mozog, míg reá ható erők mozgását változtatni nem kényszerítik.

Tétlenség. ~~A~~ Példa elgurított test

Lex II. Mutationem motus . . .

A mozgás változása arányos az erővel mely azt okozza s annak irányában ~~tör~~ esik.

Példa elejtett test

Lex III Actioni etc.

A hatással egyenlő s ellenkező irányú az ellenhatás, vagyis két test ~~az~~ kölcsönös ~~egymásra~~ hatásai mindig egyenlők s ellenkező irányúak.

Példa Segner kerék, Cölöpverés, Egy test két része

14

§ 4. Erő és gyorsulás ~~összeh~~ összefüggése.

~~Állandó erő ~~azt~~ egy oly erő mely a mozgás egységnyi követő szakaiban egyenlően változásokat hozza létre a szerint~~

~~mE arányos az idővel.~~

~~s minthogy : $E = gt$~~

$$P = C.\,mgt$$

$$P' = C.\,m'g't$$

Állandó erő egy oly erő mely a mozgást egymást követő egyenlő szakaszokban egyenlő részekkel változtatja e szerint.

$$mE \qquad E = gt$$

$$mgt$$

Állandó erő egy olyan erő mely egyenletesen változó mozgást létesít. Két erőt ~~melyet~~ levezethetünk a mozgásmennyiségek által melyeket ugyanazon idő alatt hozzájárulnak a mozgáshoz.

$$\cancel{m}\ \frac{P}{P'} = \frac{mgt}{m'g't} = \frac{mg}{m'g'}$$

$$P = P'\frac{mg}{m'g'}$$

ha $P'=1 \quad m'=1 \quad g'=1$ akkor.

$P = mg$

Egy erő egysége az erő mely a tömegegységet a gyorsulás egységével mozgatja.

<u>Számpélda</u> Egy erő 2 tömegegység övet mozgat ~~10~~ 5 gyorsulásnal egy másik 3 töm. egységet 10 méter gyorsulásnál ? 10 m. percnyi

$$P \quad mg t = 100$$

$$m'g' t = 300$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

vagy $P = \dfrac{P}{P'} = \dfrac{1}{3}$

$\underline{P = 10}$ $\quad$ $\underline{P' = 30}$

Ha adva van P és m lesz

$$g = \frac{P}{m}$$

$$v = \frac{P}{m} t$$

Nem állandó erőknél ugyanaz fog állani csakhogy akkor a gyorsulás csak egy rövid időre tekinthető állandónak. $v = gt$ képletben t csak nagyon kicsiny lehet.

Az erő úgy mint a gyorsulás egy iránya erő egyes által állíttathatik elő

§ 5. A Newton mozgási elvek levezetése.

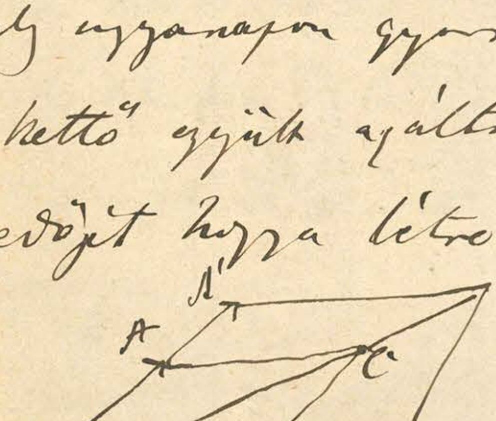
A mozgásmennyiség változása mindig az erő irányába történik és arányos az erővel.

Ha a test mozog s reá az erő hat a mozgás változása ugyan mint ha nyugszik s reá ugyanaz erő hatna. (Azzal mi ezen mondva hogy a mozgó testre mindig ugyanazon erő hatna mint a nyugvóra)

Ha a testre több erő hat mindegyik ugyanazon mozgásmennyiség változást hozza létre mintha maga volna.

Erőpárok erők összetétele. Két erő eredője azon egy erő mely ugyanazon gyorsulást hozza létre mint a kettő.

A kettő együtt az általuk egyenként létesített gyorsulások eredőjét hozza létre. Az eredő erő és eredő gyorsulást.



PA' erő PA gyorsulást létesít PB' erő PB gyorsulást tehát $\frac{PA'}{PA} = \frac{PB'}{PB}$ PA' és PB' erő együtt a PA és PB eredő $\underline{PC}$ gyorsulást s ezt létesíti az eredő erő, mely a PA' PB' egyenlőség eredője.

<u>mozgástan feladatai</u>.

Két ellentett irányú egyenlő erő eredője null. ~~Két erő egy~~

Három erő eredője akkor null ha egyik a másik kettő eredőjével egyenlő s ellentett. Több erő eredője.

Erők összetevésen nyugszanak az egyensúlyozás tétele szerint minden esetben ~~f~~ végtelen sokféle képen létesíthető.

<u>IIik Fejezet</u>

Nehéz testek haladó mozgása.

§6. Tapasztalásunkkal észleljük, hogy a testek súlyosak. Felfüggesztett testek a fonalat lefelé húzzák, elejtett testek alá esnek. E irány a függőleges s ennek irányában működik a testekre minden körülmények között egy erő. Ez az erő <u>a súly</u>. <u>A testekre függőleges irányban működő erő</u>.

Ez különböző viszonyok között igen különböző. Egy ~~fa~~ kődarab légben, vízben. Egy fadarab légben vízben. s.i.t.

<u>A test súlya légüres térben = nehézsége</u>.

Rendesen levegőben vagyunk.

~~Nyomás~~ Minden test súlya levegőben más mint a nehézsége. De sok testé a súlya légben [illegible] el. nem nagyon különbözik nehézségétől.

Levegőben aláeső testek gyorsulása különböző ha e testek különböző anyagúak.

Térfogatra s egyebekre nem nagy a különbség.

§ 7. Légüres térben valamennyi test ugyanazon gyorsulással esik alá. Kísérlet.

tehát a nehézség gyorsulása ugyanaz valamennyi anyagokra.

nehézsége $P = mg$ $\qquad$ $P' = m'g$

m tömegnek $\qquad$ nehézsége m' tömegnek

§ 8. A nehézség gyorsulása, és így valamely testnek nehézsége a rendes észlelési térben kevéssé változik sőt állandónak tekinthető.

Meggyőződhetünk erről 1) az által hogy a nyomás melyet valamely test alapjára a gyakorlatnál ugyanaz ha azt a szoba bármely pontjára viszük. Helyezzük egy zeket vigyó mérlegre s vizsgáljuk tovább.

3) Az által ha a mozgásokat észleljük – egyenlő idő alatt fog egy méterrel alá esni akár egyik akár másik részében a szobának.

~~§ 7.~~ § 9. Az előbbiek alkalmazása a tömegmérésre.

Láttuk hogy $\frac{m}{m'} = \frac{P}{P'}$ e szerint a tömegek viszonya egyenlő helyen a földnek nehézségük viszonya.

~~ha $P = P'$ $m = m'$ akkor $P = P'$~~

Ez adja a módszert. Tömegegység a gramm.

$$m = \frac{P}{\pi} \qquad \pi \text{ a grammnak nehézsége.}$$

Egy grammnak a nehézsége $\underline{g}$

$$g = \pi$$

Itt az egységek meglettek állapítva a mechanikai mértékrendszer értelmében – megállapíthatjuk

Technikai egységekben. úgy hogy

$P = mg$ egységekben mondjuk

$P = 1$ a grammnak a nehézsége Párisban párisban g, 9,809

0° 9780
45° 9806
90° 9832

akkor $m = 1$ ha $\frac{P}{g} = 1$ $P = \cancel{9,8}\, g$

§10 Mozgások.

Szabadesés ha $P = mg$ állandó

g gyorsulás.

~~g gyorsulás meghatározása~~.

$v = gt \qquad s = \frac{g}{2} t^2$

$\sigma_1 = \frac{g}{2}$

$\sigma_2 = 3\frac{g}{2}$

$\sigma_3 = 5\frac{g}{2}$

etc.

Paduában Galilei. ha $t = 1$ $s = 4{,}9$

~~Pontosabb~~ $g = 9{,}8$

Edelmann féle készülék. a rezgések száma = 672
a rezgési idő = $\frac{1}{202}$

Az esési magasság $s = 54{,}2$ az esési idő $t = 0{,}3326$

$g = \frac{2s}{t^2}$

§11. Hajítás.

Ha elhajíttatik c sebességgel akkor ez úgy megy tovább hogy t idő alatt gt sebesség járul hozzá lefelé. E szerint t idő alatt ct utat fut be c irányában és $\frac{g}{2}t^2$ utat lefelé. Ilyen az eredő sebességgel ~~[illegible]~~ befutott utat ~~[illegible]~~ az összetevő sebességek utjainak eredője.

Az összes elmozdulások tehát hajításnál a hajítási sebességgel meg a gyorsulási sebességgel ~~befutott utak~~ tett elmozdulások eredőjét veszik. ~~Egyszerűen csak akkor, ha az erő állandó, (tehát ha az erő a mozgás közben ugyanaz), mert különben ha más utón van~~

a) függőleges hajítás lefelé.

$$v = c + gt$$
$$s = ct + g\frac{t^2}{2}$$

~~fel~~

b) függőleges hajítás felfelé

$$v = c - gt$$
$$s = ct - \frac{g}{2}t^2$$

$$v_x = c + gt \qquad t = \frac{v_x - c}{g}$$
$$x = ct + g\frac{t^2}{2}$$
$$x = c\cdot\frac{v_x - c}{g} + \frac{g}{2}\left(\frac{v_x - c}{g}\right)^2 \qquad x = -\frac{c^2}{2g} + \frac{v_x^2}{2g}$$

c) Vízszintes hajítás ~~v~~ · ~~v~~ ~~$v_1 = c$~~ ~~h~~

v_1

d) Ferde hajítás. § 12

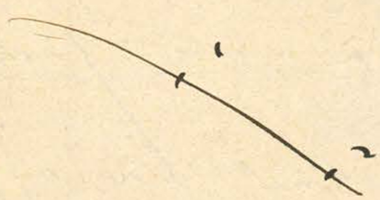
A sebesség ugyanazon vízszintesben ugyanaz.

Sebesség h magasságnyival a kezdőpont alatt.

Függőleges irányban $a^2 = 2gh$

vízsz. szintes irányban c^2

$$\underline{v^2 = c^2 + 2gh}$$



$$v_2^2 - v_1^2 = 2g(h_2 - h_1) = 2ge$$

e az esés.

Emelkedésnél az esés negatív, s akkor e képlet általános érvényű.

§ 13.

Atwood gépe.

Erő $M.\ M\ P'=P$

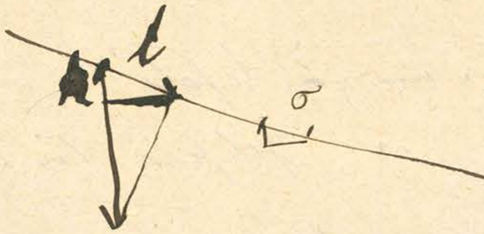
tömeg $\dfrac{2M+\mu}{2M}$

$$\frac{\mu}{2M+\mu}\,g=\gamma.$$

Mérések evvel.

§. 14. Lejtő.

Itt nem működik egészen a lejtő irányában erő ~~mérleges~~ derékszögű összetevő.



$$\frac{P}{\Pi}=\frac{l}{h}$$

$$\Pi=P\frac{h}{l}$$

$$\underline{\gamma=\frac{h}{l}g.}$$

~~mozgás~~

$$v_2^2-v_1^2=2\gamma\sigma$$
$$=2\frac{h}{l}g\sigma$$

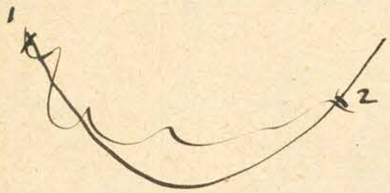
$$\frac{e}{h}=\frac{\sigma}{l}\qquad \frac{h}{l}\sigma=e$$

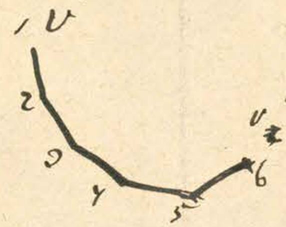
$$\underline{v_2^2-v_1^2=2ge}$$

A sebesség mellyel bír tekintve független a lejtőtől nem függ csak ~~magasság~~ esésétől.

§14.

Görbe pályán mozgás.





$$v_2^2 - v^2 = 2ge_1$$

$$v_3^2 - v_2^2 = 2ge_2 \quad \text{etc.}$$

$$v'^2 - v^2 = 2ge$$

$$\text{ill. } \underline{v_2^2 - v_1^2 = 2ge.}$$

Ez áll görbe pályára épen úgy.

e akkor + ha a mozgás lefelé
 − ha „ felfelé történik

V.

Centrifugális erő 1881.

Az egyenes mozgás a [ismertebb] [illegible] kinematikus.

Láttuk hogy körmozgás áll elő, ha a gyorsulás a középpontfelé $\frac{c^2}{r}$ vagyis $\omega^2 r$. Tehát így mozgás áll elő akkor ha m tömegre a középpontfelé $m\frac{c^2}{r}$ vagy $m\omega^2 r$ erő hat. — m tömeg tehetetlenségével és a középpont felé ható erő e szám-ost hozza létre, hogy m tömeg a középponttól nem távolodik s ahhoz nem közeledik. Ez tört akkor ha a [forgás] sugarat megállítva — a tömegre m $\frac{c^2}{r}$ erő hatva a középponttól el irányában. Ezért a forgó mozgásnál, a pont mozgását a sugárban tekintve azt kifejezzük v. úgy hogy mondjuk — az tehetetlenséggel fogy és reá a ható erő le vagy úgy ü hogy nyugalomban áll és reá a középponttól távolodó erő hat. Ez az erő <u>a középpontfutó</u> erő.

§ 15

Munkának hívjuk az erő hatásának mértékét.
Azt lemérjük az erő s az irányában erőü ~~tört~~ elmozdulás szorzata által.

Egyenerőnek kelle a tégla — Ph.

~~Nehézségnél~~ negatív munka — Ph

Nehézségnél Pe e + v. —

Lejtőn P_z $\pi = \frac{Ph}{l}$

munka $\pi\sigma = P\frac{h}{l}\sigma = Pe$

Ezért a definitív általános áll.
Elmozdulás az erő irányában — az elmozdulás vetülete az erő irányára.

Több pont mozgásának a működő erők munkája $P_1e_1 + P_2e_2 + P_3e_3$ etc.

Általában $\sum Pe$

§16.

Egy ~~pont~~ test mozgásánál a nehézség alatt.

$$\cancel{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}}$$

$$v'^2 - v^2 = 2ge$$

$$\frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v^2 = Pe = A.$$

$\frac{1}{2} m v^2$ eleven erő.

$$L' - L = A.$$

$$\cancel{\delta L = A.}$$

Ez áll több pontra is

$$(\Sigma L)' - (\Sigma L) = A.$$

Ez az eleven erő elve.

§~~17~~.

~~Láttuk hogy a nehézség erőnek a kezdet helyzettől függ~~ nem az úttól.

§17.

A nehézségnél a munka nem függ az úttól csupán a kezdet és véghelyzettől – és pedig null ha e=0

más erőtényezője is áll ez. Ugyanis ha visszajön
ugyanazon helyzetbe elevenereje is ugyanaz.

Ez az eleven erő megmaradásának elve.

§18.

Egyensúly ott a sebesség null és null marad. e szerint
az egyensúlyi helyzetben az erők eleven erő növekedést nem létesítenek. Ha gondoljuk hogy a rendszer
egy egyensúlyi helyzeten áthalad a körül kis tér

$$\delta L = 0 \text{ vagyis}$$

$$\Omega = 0$$

Ebből a lehető munkák módszere.

Ms 5095/26. Eötvös Loránd kísérleti
fizikai előadásai

Hőelmélet Hőtan I

1881

§1. Hőtan feladata és beosztása

A hőtan azon változások tanulmányozásával foglalkozik, melyek a testek állapotában végbe mennek s mint azoknak hőmérséki változásai s halmazállapot változásai nyilvánulnak.

Két feladat van itt:

1) Keresni hogyan történnek e változások?

2) Keresni milyen összefüggésben állanak e változások.

Az első feladattal a hősugárzás és vezetés tana foglalkozik.

A második feladat meg lesz oldva ha mind a változások egyazon mértékkel mérettek. E mérték mechanikai mérték – s az ezzel foglalkozó tan a mechanikai hőtan – mechanikai hőelmélet.

Erről [illegible] előadni.

§ 7. Eleven erő elve.

1

Sebesség $v_x = \frac{dx}{dt}$ $\quad v_y = \frac{dy}{dt}$ $\quad v_z = \frac{dz}{dt}$

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

és így

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} \qquad \cos\beta = \frac{v_y}{v} \qquad \cos\gamma = \frac{v_z}{v}.$$

Gyorsulás. –

$$g_x = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad g_y = \frac{d^2y}{dt^2} \text{ stb. } g_z = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

$$g = \sqrt{}$$

$$\cos\vartheta = \frac{g_x}{g} \quad \text{stb.}$$

$$P = mg \qquad P_x = mg_x = mg\cos\vartheta = P\cos\vartheta$$

munka $\quad A_{I\,II} = \int_I^{II} P\,ds\cos(P, ds)$ $\qquad \frac{d^2x}{dt^2}\,\cancel{dt} \quad \frac{d\cdot\frac{dx}{dt}}{dt}\cdot dx$

$\frac{dx}{dt}\, d\left(\frac{dx}{dt}\right)$

$\frac{1}{2}\, d\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$

$$P_x dx + P_y dy + P_z dz = dA.$$

$$P_x dx + P_y dy + P_z dz = d\,\tfrac{1}{2} m v^2$$

$$\int_I^{II} \quad = A_{I\,II} = \tfrac{1}{2} m v_{II}^2 - \tfrac{1}{2} m v_I^2 \qquad \boxed{A = \delta L}$$

eleven erő elve

§3. Erőfüggvény úgy mint a „távolba ható erők végzőnél" (Jakobi).

Az erőfüggvény egy rendszer tömegpontjainak (tömegeinek és összrendezőinek) ~~ada~~ algai függvénye, melynek diff. hányadosa a rendszer valamely a pontjának összrendezője szerint egyenlő az erre pontra a rendszer valamennyi többi pontjai által gyakorolt erőnek erre összrendező irányába eső összetevőjével.

§4. A δt idő alatt végzett munka

$$= \sum_{k=1}^{k=n} \left(P_{xk} \frac{\partial x_k}{\partial t} \delta t + P_{yk} \frac{\partial y_k}{\partial t} \delta t + P_{zk} \frac{\partial z_k}{\partial t} \delta t \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{k=n} \left(\frac{\partial U}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial t} \delta t + \frac{\partial U}{\partial y_k} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial t} \delta t + \frac{\partial U}{\partial z_k} \cdot \frac{\partial z_k}{\partial t} \delta t \right)$$

$$= \frac{\partial U}{\partial t} \delta t = \delta U.$$

E szerint $\underline{A = \delta U}$

~~Combinatus eleven erő elvénél~~

§5. Erély a munka egy helyzetből a nyughelyzetbe.

$$\mathcal{E}_I = A_{I0} \qquad \mathcal{E}_2 = A_{20}$$

$$\cancel{\mathcal{E}_{II} - \mathcal{E}_I = A_{20} - A_{10} =}$$

$$A_{I2} + A_{20} = A_{10}$$

$$A_{I\,II} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 =$$

$$A = -\delta\mathcal{E} = \delta U$$

§6. Izolált rendszer.

$$m_k \frac{\partial^2 x_k}{\partial t^2} = \frac{\partial U}{\partial x_k}$$

$$\delta\mathcal{E} + \delta\mathcal{L} = 0$$

§7. Külső erőknek alávetett rendszer.

$$A_k + A_b = \delta\mathcal{L}$$

$$A_k + \delta U = \delta\mathcal{L}$$

$$A_k = \delta\mathcal{L} - \delta U = \underline{\delta\mathcal{L} + \delta\mathcal{E}}$$

§8. $\mathcal{L} = \mathcal{L}_k + \mathcal{L}_b$ bebizonyítása.

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^{k=n} m_k \left(\left(\frac{d^2 x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \right)$$

$\cancel{x}\xi =$ Sulypont.

$$\sum m x = a \sum m$$

$$\sum m y = b \sum m$$

$$\sum m z = c \sum m.$$

$$x = a + \xi$$

$$\frac{da}{dt}\ \frac{d\xi}{dt}$$

$$\sum m \xi = 0$$

$$\text{és } \sum \frac{d\xi}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{da}{dt} + \frac{d\xi}{dt}$$

$$L = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=n} m_k \left\{\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc}{dt}\right)^2\right\}$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=n} m_k \left\{\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right\}$$

$$+ \sum_{k=1}^{k=n} m_k \left\{\frac{d\xi}{dt}\cdot\frac{da}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\,\frac{db}{dt} + \frac{d\zeta}{dt}\cdot\frac{dc}{dt}\right\}$$

ez utóbbi tagból az első

$$\frac{da}{dt}\sum_{k=1}^{k=n} m_k \frac{d\xi_k}{dt} = \frac{da}{dt}\cdot\frac{d}{dt}\sum_{k=1}^{k=n} m_k \xi_k$$

$\frac{d}{dt}\sum m_k \xi_k =$ a sulypont sebessége [illegible] [illegible] $= 0$.

E szerint a külső erők alatt álló rendszerre

zetve.

$$A_k = \delta L_k + \underline{\delta L_b + \delta E}$$

§9. A testrészek szerint egy másik hőt ad át — akkor azt mondjuk ez annyit nem fel: sérülje növelését annyival.

$$\underline{A_k + Z = \delta L_k + \delta L_b + \delta E.}$$

Z a felvett hő, mint csak hőjegyre.

§10 Másik levezetése ugyane tételnek. Egy rendszer akkor

$$\delta E + \delta L = 0$$

A rendszerben két rész A és B. ~~az összes erők~~ és a föld ~~A-ban találunk~~ A-ban tiszta hőtörvény.

A hőerőtényező növekedése Z'

$$Z' + \delta E_b + \delta L_b + \delta E_k = 0$$

~~Ebből δE_k~~

$$\delta E_b + \delta L_b = -\delta E_k - Z'$$

$$= A_k - Z'$$

– Z' az A test hő energiáj kevesbbedése

tehát B hő energiáj nagyobbodása vagyis

a felvett hő = Z

$$\delta L_k + \delta E_b + \delta L_b = A_k + Z$$

~~Hn~~

Hőtani alapfogalmak

§11. Egyenlő hőmérséklet – ha nem melegség többé s nem ad át egy másiknak – akkor a mi testünk mindig épe ugyanazon állapotában van – ugyanazon hőmérsékű.

§12 Az egy testre ható külső erők s a testnek alakja térfogata még a hőmérséktől is függ – s így az összefüggés csak akkor lesz megállapítva ha a test hőmérséke is ismertes.

Ez a hőmérsék egy testnek tekintélyes sajá-

egy testre nézve $\left(t = f(p\, v) \right.$ a f. conventionális.

Feladatunk egyszerű módot ismerni
a hőmérsékletek megállapítására.
Állandó nyomás alatt levő test
itt még függ az állapottól.
~~Az állapotot kifejező szám~~ Értelmezés.
Ez lehetne például rugalmassága
vagy akármi törésegyütthatója s.
más.
Nyomás és térfogat megállapítják a test
állapotát.

Conventio Egy fok jel

Egy szám mely növekszik ha a test
térfogata 100 adandó növekmény s
a térfogatnövekedés mely melyeket 0
és 100 között

$$v - v_0 = \frac{v_f - v_0}{100} t$$

$$t = 100 \frac{v - v_0}{v_f - v_0} \qquad v = v_0 \left(1 + \frac{v_f - v_0}{100 v_0} t\right)$$

$$v_1 - v_0 = v_2 - v_0$$ Galilei

[illegible]

Dalton

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{v_f}{v_0}\right)^{\frac{\vartheta}{100}}$$

$$\log v - \log v_0 = \frac{\vartheta}{100} \log V_t - \log V_0$$

$$\vartheta = 100 \frac{\log(1+\alpha t)}{\log(1+100\alpha)}$$

Galilei $\alpha = \frac{1}{273}$ Dalton

$\underline{t}$	ϑ
− 150	− 255,20
− 100	− 146,05
− 50	− 64,56
0	0
+ 50	+ 54,40
+ 100	+ 100
+ 150	+ 140,20
+ 200	+ 173,70

Calorimetria.

§ 13. Test melegedése, hőfelvétel
lehűlése = hőkiadás

A és B tünemények egyenértékűek

A egyenértékű a fordítottjával.

A által felvett ~~elnyelt~~ hő = B által kiadott hő

irányítás ~~B által felvett hő = B által kiadott hő~~
= − B által felvett hő

$A + B = 0$

melegedés lehűlés, halmazállapot változás közbejöttére számítva is.

~~§14. Ha $A + B = 0$ egyenlet áll. Ahol mechanikai tünemény~~

$$\cancel{A + A \cdot \delta E = 0}$$

Melegedés.

~~$Q = mq$~~ $\frac{dq}{dt}$

és fajlagos hőmérséklet.

~~$Q = m$~~

$Q = mq$

nagyobbodás a hőmérsékletben

$q = c(\vartheta_1 - \vartheta)$.

§14. Joule féle kísérlet ~~abban~~ a hengeren levő súlyos ebben. Az egyszerű melegedés jelentős hő Q, hol van a hőkiadás — a munkában s az súly munkavégzés mgh ez arányos a hőkiadással

~~$Q+$~~ Q

$$Q - A \cdot mgh = 0$$

§15 A mechanikus látja e

tüneményt

$$-mgh + kQ = 0$$

§16. Az olyan ember a két előbbi

följe illeni.

$$Q = A\,mgh$$

$$Q = \frac{mgh}{k}$$

$A = \frac{1}{k}$.

k a hő mechanikai egyenértéke.

A az erőm hő egyenértéke. 9,809

~~§17. Joule szerint k értéke~~ 9,81,

§17. Nyugalom tömegegység mellett.

k = 4200 legjobb értéke.

§18. Testek üthőpére a gázgyj. 41,24

Víz	424,9			
Higany	425,	310	450	387
	426,0	355	398	
Vas	426,7	408	606	
	425,6	368	299	

Hírm üthőpei 425

§19. A fentebbiek alapjai a hőelmélet első alaptétele. Vagy egy elszigetelt rendszerre.

$$\cancel{\delta E_b + \delta L_b +}$$

$$\delta E + \delta L + \kappa Q = 0$$

a hol Q a hő alakjában levert erély növekedés.

melegedés = erélynövekedés.

Vagy. egy testre mely hőt vesz fel s melyre külső erők hatnak

$$\delta E_b + \delta L_b + \delta L_k = A_k + \kappa Q$$

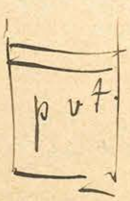
a hol Q a test által felvett hőt jelenti.

§20. Körfolyam Carnot-féle.

Körfolyam vizsgálata előnyös mivel azért E_b és L_b ugyanaz lesz. Már pedig egy test állapota kell hogy ezek által megállapított legyen.

Körfolyam melynél a test kezdeti állapotába visszatér.

α) egyenes kiterjedés, ~~tehát~~ kitagad. Létesítse de állandó hőmérsékleten tartott t_1 reservoirral — e közben hőt vesz fel.



b) A reservoir eltávolítatik a nyomás
mérsékeltetik addig, míg hőmérséklete
$t_2' < t_1$.

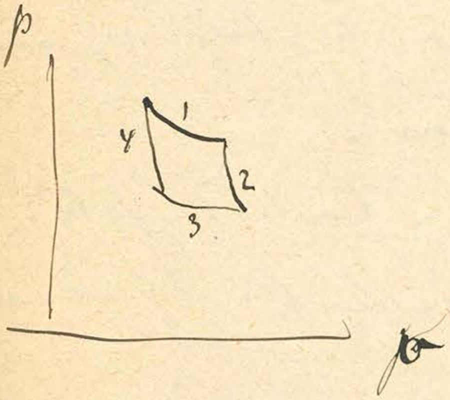
c) A gáz t_2' hőmérsékleten tartva össze-
nyomatik úgy hogy, ha

a) A reservoir eltávolíttatik s a gáz
tovább nyomatik az eredeti térfogatot
az eredeti nyomásnál s eredeti hőmé-
rsékletét érje el.

a, c } isotherm változás
b, d } adiabát változás

A munka $= -p\,q\,dh$
$= -p\,dv$

felvett hő =
Q =



A nyert munka $N = -A_k$

$N = \int p\,dv$

Az a) szakasz alatt a gáz v. test hőt vett fel a felvett
hő q_1 — a c alatt hőt adott át az átadott hő
q_2 akkor.

Az egész körfolyam alatt felvett összes hő $= q_1 - q_2$

$k(q_1 - q_2) = \cancel{k}N$

v számú ismételt folyamatnál.

$k(vq_1 - vq_2) = vN$

vagy ha a v körfolyamnál felvett összes hő $= Q_1 = vq_1$

" " " " átadott " " " $Q_2 = vq_2$

" végzett összes munka N v N helyett

akkor.

$$k(Q_1 - Q_2) = N.$$

§ 21. Megfordítható körfolyam az olyan mely fordított irányban lehetséges úgy, hogy a a test ugyancsak a fordított állapotokon megy át s eközben ugyanannyi hőt vegyen föl — s ugyanannyi munkát végezzen.

Ilyen megfordítható körfolyamat a Carnot-féle.

Erre kell a) hogy a hőkiegyenlítődés előtt a hőmérsékletkülönbség végtelen kicsiny legyen.

b) A nyomás és térfogat közötti összefüggés a statikai legyen — tehát tulajdonképpen a sebesség végtelen kicsiny legyen.

Carnot-tétele:

§ 22. Tétel. Nem képzelhető gép, mely tetszőleges kör-folyamatok utján hőt munkává alakitván kevesebb hőt fogyasztana mint a Carnot-féle körfolyamat.

~~Egy masina~~ G gép R_1 és R_2 reservoirokkal

$t_1 > t_2$ Carnot körfolyamatot végez.

E mellett egy másik tetszőleges gép G' ugyanazon reservoirokkal működve A munkát végez.

G gép visszafelé

$$Q_1 - Q_2 = Q_1' - Q_2'$$

$$Q_1 - Q_1' = Q_2 - Q_2'$$ Calorimetrikus bizonyitás

§ 23) Clausius tétele. Munka nélkül a ~~hidegebb~~ melegebb test nem melegithető a hidegebb által.

Ha G' előre G hátra dolgozik akkor G' felvesz az R_1 reservoirból Q_1'-et – végzi G' előre átad R' reservoir – Q_1', G hátra dolgozván átad a reservoirnak Q_1 megmaradjon – e Tétel szerint.

$$Q_1 - Q_1' = Q_2 - Q_2' \geq 0$$

Ha most G' is megfordítható lenne

$$Q_1' - Q_1 = Q_2' - Q_2 \leq 0$$

vagyis $Q_1 = Q_1'$

$Q_2 = Q_2'$

~~Carnot tétele~~ ~~Tehát ha~~

Carnot tétele: Ha egy gép fordítható körfolyamatot úgy munkát végez és R_1 reservoirból Q_1 hőt vesz fel R_2 reservoirnak Q_2 hőt ad át akkor Q_1 és Q_2 egyedül e reservoirok hőmérsékétől s a végzett munkától függ — független a gép nemétől.

§24. A viszony $\frac{Q_1}{Q_2}$ egyedül a Reservoirok hőmérsékétől függ, független még a végzett munkától is.

Bizonyítás.

Végezzen G gép ν folyamat alatt ugyanannyi munkát mint G' gép μ folyamat alatt — akkor

$$k(\nu q_1 - \nu q_2) = \cancel{A}\nu n \qquad \nu$$

$$k(\mu q_1' - \mu q_2') = \cancel{A}\mu n'$$

$$\nu q_1 = \mu q_1' \qquad \nu q_2 = \mu q_2' \qquad \nu n = \mu n'$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{q_2}{q_2'}$$ független a munkától

$$\frac{q_1}{q_1'} = \frac{n}{n'}$$ a felvett hő [illegible] arányos a munkával.

Ez áll a q_1 tetszőleges értékeire is

~~Tehát~~ Quod erat demonstrandum.

(Ez a bizonyítás originális)

Hőelmélet 1887 III

§ 25 Gondoljunk 3 reservoirt.

az elsőtől felvesz. Q_1 hőt 2-nak átad Q_2 hőt $t_1 > t_2 > t_3$

a másodiktól Q_2 —— —— Q_3 hőt

harmadik, fordítva hozzá átad Q_1' felvesz Q_3'

	R_1	R_2	R_3
1)	$-Q_1$	$+Q_2$	
2)		$-Q_2$	$+Q_3$
3)	Q_1'		$-Q_3'$

R_2 maradt.

R_1 felvett. $-Q_1 + Q_1' + Q_3 - Q_3' = 0$

$$Q_1 - Q_1' = Q_3 - Q_3'$$

Clausius szerint $\gtrless 0$

épen úgy

$Q_1' - Q_1 \gtrless 0$

$Q_1 = Q_1' \quad Q_3 = Q_3'$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = f(t_1, t_2)$$

$$\frac{Q_2}{Q_3} = f(t_2, t_3)$$

$$\frac{Q_1'}{Q_3'} = \frac{Q_1}{Q_3} = f(t_1, t_3)$$

$$f(t_1, t_3) = f(t_1 t_2)\, f(t_2 t_3)$$

$$f(t_1 t_2) = \frac{f(t_1, t_3)}{f(t_2 t_3)}$$

vagyis más szóval

$$f(t_1 t_2) = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$Q_1 - Q_2 = \frac{1}{\kappa} N$$

$$Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{1}{\kappa} N$$

$$\cancel{Q_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1}} \quad Q_1 = \frac{1}{\kappa} N \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{\kappa} N \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$ Carnot tétele

~~Carnot tétele. Ha egy fordítható gép munkát végez ~~egy~~ pedig akkor a munkává átalakított hő viszonya a tőle felvett hőhöz csupán a reservoirok hőmérsékletétől függ.~~

Carnot tétele Minden gép, mely megfordítható körfolyamatokkal ugyanazon hőmérsékleti határok között mozog — a magasabb hőmérsékletű reservoirból felvett hő viszonya a munkává átalakított hőhöz ugyanaz.

Ha a gép által felvett hőt mindig Q-val jelöljük, ezt Q-t irányítjuk, akkor.

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

§26. A második tétel a fentebbinek általánosítása, amely bebizonyítására fordítható körfolyamatokra előbb segédtétel.

Gondoljunk egy gépet G mely $R_1\, R_2 \ldots R_n$ reservoirok-kal dolgozik (legyünk $t_1 > t_2 > t_3 \quad > t_{n-1} > t_n$) s a mellett N munkát végez, a reservoirokból felvévén $Q_1\, Q_2 \ldots Q_n$ hőt; gondoljunk egy második gépet mely ugyanazon rezervoirokkal egyszerre munkát végzi s azokból felveszi $Q_1' \; Q_2' \dots Q_n'$ höt – akkor ha $(n-2)$ Q és ~~t~~ megi régoly ~~törít~~ egyenlő $(n-2)$ Q'-el – egyszersmind a másik kettő is – azaz ha akkor

$$Q_1 = Q_1' \quad Q_2 = Q_2' \quad \dots \quad Q_{n-2} = Q_{n-2}'$$

egyszersmind

$$Q_{n-1} = Q_{n-1}' \quad Q_n = Q_n'$$

Bizonyítás.

Gondoljuk hogy S' fordítva dolgozik akkor $-N$ munkát végzünk és felveszi $-Q_1' - Q_2'$ etc höt akkor lesz

$$\sum Q_1 + \sum Q_1' = 0$$

vagy mivel a fentebbi $n-2$ egyenlet áll

$$Q_{n-1} - Q_{n-1}' + Q_n - Q_n' = 0$$

tehát

$$Q_{n-1} - Q_{n-1}' = Q_n' - Q_n$$

mivel $t_{n-1} > t_n$ – következik Clausius szerint az is, hogy

$$Q_{n-1} - Q_{n-1}' \geqq 0$$

Ha megfordítjuk a folyamatokat úgy hogy S hátra S' előre dolgozik, akkor.

ezen úgy igazoljuk

$$Q'_{n-1} - Q_{n-1} = 0$$

tehát

$$Q'_{n-1} = Q_{n-1}$$

és így $\quad Q'_n = Q_n$

Quod erat demonstrandum.

Most a második tétel

G gép mellett legyen egy másik G' mely ugyanazon reservoir-okkal ugyanazt a munkát végzi, — e dolgozzék felcserélve előbb R_1 R_2-vel aztán R_2 R_3-al s. a. t.

$$\begin{array}{ccccccc}
R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & \ldots & R_{n-2} & R_{n-1} & R_n \\
q_1 & q_2' & & & & & & \\
 & q_2 & q_3' & & & & & \\
 & & q_3 & q_4' & & & & \\
 & & & q_4 & q_5' & & & \\
 & & & & \ldots & & & \\
 & & & & & q_{n-2}' & & \\
 & & & & & q_{n-2} & q_{n-1}' & \\
 & & & & & & q_{n-1} & q_n'
\end{array}$$

Az gép folyamat s így e gépek is megfordíthatók.

tehát

$$\frac{q_1}{T_1}+\frac{q_2'}{T_2}=0 \qquad \frac{q_2}{T_2}+\frac{q_3'}{T_3}=0 \qquad \dots \qquad \frac{q_{n-1}}{T_{n-1}}+\frac{q_n'}{T_n}=0$$

ilyen egyenlet van a $(n-1)$ ezekhez jön még ~~az első tételnek~~ ~~megfelelő~~ az első tételnek megfelelő

$$q_1+q_2+q_3+\dots q_{n-1}+q_2'+\dots q_n'=Q_1+Q_2+Q_3+\dots+Q_n$$

mindössze a q-ra vonatkozólag $\underline{n}$ egyenlet, van pedig $2n-2$ ilyen q.

$n-2$ felett még szabadon rendelkezünk az az követ[kező] még $n-2$ egyenletnek eleget tehetünk – így –

$$q_1=Q_1 \qquad q_2'+q_2=Q_2 \qquad q_3'+q_3=Q_3 \quad \dots \quad q_{n-2}'+q_{n-2}=Q_{n-2}$$

Ámde akkor előbbi tételünk értelmében

$$q_{n-1}+q_{n-1}'=Q_{n-1}$$

és $\quad q_n'=Q_n$

vagyis

$$\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}+\frac{Q_3}{T_3}+\dots+\frac{Q_n}{T_n}=0$$

minden fordítható körfolyamatra nézve.

§27. Második tétel nem fordítható folyamatokra.

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots \frac{Q_n}{T_n} \leqq 0 .$$

Bizonyítására kell T-re nézve olyanokat felhasználni miket a fordítható körfolyamatok tanulmányozásánál tanulunk. E tanulmányok utóbb fognak következni. Itt előlegezzük az eredményt hogy:

1) T mindig positiv,

2) T növekszik a hőmérséklettel.

A meg nem fordítható körfolyamatra nézve az előbbi § szerint tétele csak annyit mond, hogy

$$Q_{n-1} - Q'_{n-1} = Q'_n - Q_n \geqq 0$$

s így itt úgy mint az előbbi §-ban s fordítható gépet dolgoztatva.

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \dots + \frac{Q'_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{Q'_n}{T_n} = 0$$

tehát

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots \frac{Q_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{Q_n}{T_n} = \frac{Q_{n-1} - Q'_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{Q_n - Q'_n}{T_n}$$

$$\sum \frac{Q}{T} = (Q_{n-1} - Q'_{n-1})\left(\frac{1}{T_{n-1}} - \frac{1}{T_n}\right)$$

Mivel pedig $(Q_{n-1} - Q'_{n-1}) =$ ~~negativ~~ positiv v. null

$$\frac{1}{T_{n-1}} < \frac{1}{T_n} \quad \text{mivel } T_{n-1} > T_n$$

ezért

$$\left(\frac{1}{T_{n-1}} - \frac{1}{T_n}\right) = \cancel{\text{positiv}}\ \text{negativ} \quad . \text{ s így}$$

$$\sum \frac{Q_1}{T} = \begin{matrix}\text{null} \\ \text{v. negativ.}\end{matrix}$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \ldots \frac{Q_n}{T_n} \leqq 0$$

Qu. e. d.

§. 28

Hőelmélet 1887

IV

§28. Összefüggés p v t között
Clausius és Thomson egyenletei.

A hőelmélet főfeladata egy homogén test állapotok változásainak vizsgálata, mely mindenütt egyanazon sűrűségű s egyanazon hőmérsékletű és mindenütt egyenlő nyomásnak van alávetve. A test állapota függ erélyétől és eleven erejétől. Minden az állapotot jellemző mennyiség ezeknek függvénye.

v a specifikus térfogat = a tömegegység térfogata.

$$t = f(E, L)$$
$$v = \varphi(E, L)$$
$$p = \psi(E, L)$$

5 mennyiség között 3 egyenlet — van tehát két független változó.

$$F(p, v, t) = 0$$

$$K . dQ = dE + dL$$

1) Legyen v és t a két független változó

~~Akkor~~

$$\cancel{\kappa\, dQ = \frac{\partial E}{\partial t} dt + \frac{\partial E}{\partial v} dv + \frac{\partial L}{\partial t} dt + \frac{\partial L}{\partial v} dv}$$

$$\cancel{\kappa\, dQ = N}$$

$$\cancel{\kappa M = \frac{\partial E}{\partial v} + \frac{\partial L}{\partial v}}$$

I) $\quad \cancel{\kappa}\, dQ = M dv + C dt$

$$\kappa C = \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial L}{\partial t}.$$

M és C függvényei v és t-nek.

$\cancel{C} =$ $\quad C = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_{v=c.} =$ a fajhő állandó térfogatnál

Ha a fajhő állandó nyomásnál C' akkor.

$$C' = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_{p=c}$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial v} dv + \frac{\partial p}{\partial t} dt$$

$$dv = -\frac{\frac{\partial p}{\partial t}}{\frac{\partial p}{\partial v}} dt.$$

Ha ezt 1) be tesszük akkor.

$$dQ = -M \frac{\frac{\partial p}{\partial t}}{\frac{\partial p}{\partial v}} dt + C dt$$

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{p=c} = C' = -M \frac{\frac{\partial p}{\partial t}}{\frac{\partial p}{\partial v}} + C$$

$$M = (C - C') \frac{\frac{\partial p}{\partial v}}{\frac{\partial p}{\partial t}}.$$

~~míg pedig a felvett hő~~

Gondoljunk körfolyamatot, hanem melegítéssel

Végzett munka + felvett hő = 0

nyert munka = felvett hő

nyert munka = $\int p\,dv$.

$$\frac{1}{k}\int p\,dv = \int (M\,dv + C\,dt)$$

$$\cancel{\int \frac{1}{k} p\,dv}\ \int\left\{\left(\frac{1}{k}p - M\right)dv - C\,dt\right\} = 0$$

akármicsoda körfolyamatra tehát kell hogy a jel alatti mennyiség teljes differentiál legyen kell tehát

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{k}p - M\right) = -\frac{\partial}{\partial v}C$$

~~mint~~ $a\,dx + b\,dy$

$$\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$$

$$\cancel{\frac{\partial f}{\partial x}}\ \frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}$$

vagyis

$$\frac{\partial p}{\partial t} = k\left(\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial C}{\partial v}\right) \ldots\ldots \mathrm{II}$$

Clausius egyenlete.

Hát a hőelmélet II-ik egyenlete mit mond?

$$\sum \frac{Q}{T} = 0$$

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

$$\int\left(\frac{M}{T}\,dv + \frac{C}{T}\,dt\right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{M}{T} = \frac{\partial}{\partial v}\frac{C}{T}$$

$$-\frac{M}{T^2}\cdot\frac{dT}{dt} + \frac{1}{T}\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1}{T}\frac{\partial C}{\partial v}$$

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial C}{\partial v}\right) = \frac{M}{T^2}\frac{dT}{dt}$$

ez a II vel.

$$\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{M}{T}\frac{dT}{dt}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K}{T}M\frac{dT}{dt}. \quad \ldots\ldots \quad \underline{III}$$

2) Legyen p és t független változó

$$dQ = N\,dp + R\,dt \quad \ldots\ldots \quad \underline{IV}$$

$$R = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_{p=c} = C'$$

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{p=c}.$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial p}\,dp + \frac{\partial v}{\partial t}\,dt$$

$$0 = \cancel{dt}$$

$$dp = -\frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{\frac{\partial v}{\partial p}}\,dt$$

tehát

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{v=\mathrm{const}} = C = -N\frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{\frac{\partial v}{\partial p}} + C'$$

$$N = (C' - C)\frac{\frac{\partial v}{\partial p}}{\frac{\partial v}{\partial t}}.$$

I-ső tétel.

$$\int\left\{k(N\,dp + C'\,dt) - p\left(\frac{\partial v}{\partial p}dp + \frac{\partial v}{\partial t}dt\right)\right\} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(kN - p\frac{\partial v}{\partial p}\right) = \frac{\partial}{\partial p}\left(kC' - p\frac{\partial v}{\partial t}\right)$$

$$k\frac{\partial N}{\partial t} - p\frac{\partial^2 v}{\partial p\,\partial t} = k\frac{\partial C'}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial t} - p\frac{\partial^2 v}{\partial p\,\partial t}$$

$$k\left(\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial C'}{\partial p}\right) + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \ldots \; \underline{V}$$

$$\int\left(\frac{N}{T}dp + \frac{C'}{T}dt\right)\; 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{N}{T}\right) = \frac{\partial}{\partial p}\frac{C'}{T} \qquad -\frac{N}{T^2}\frac{dT}{dt} + \frac{1}{T}\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{1}{T}\frac{\partial C'}{\partial p}$$

$$T\left(\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial C'}{\partial p}\right) = N\frac{dT}{dt}$$

$$-\frac{T}{k}\cdot\frac{\partial v}{\partial t} = N\frac{dT}{dt} \qquad \frac{k}{T}N\frac{dT}{dt} + \frac{dv}{dt} = 0$$

3).

$$dQ = P\,dp + V\,dv \qquad \underline{\mathrm{VII}}.$$

Legyen p és v. független változó

ha $v = \text{const.}$

$$\cancel{dQ = P\,dp}$$

$$\cancel{\frac{dQ}{dt} = C = \frac{P\,dp}{dt}}$$

~~ugyan így~~

$$\cancel{C' = \frac{V\,dv}{dt}}$$

~~mivel függ.~~

t.

$$dt = \frac{\partial t}{\partial p}\,dp + \frac{\partial t}{\partial v}\,dv$$

ha p const. akkor.

$$dv = \frac{dt}{\frac{\partial t}{\partial v}}$$

tehát

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{V}{\frac{\partial t}{\partial v}}$$

$$C'\frac{\partial t}{\partial v} = V$$

ugyan így ha v const. akkor.

$$dt = \frac{\partial t}{\partial p}\,dp \qquad dp = \frac{dt}{\frac{\partial t}{\partial p}}$$

$$C = \frac{P}{\frac{\partial t}{\partial p}}$$

$$P = C\frac{\partial t}{\partial p}$$

Kell pedig len.

$$\int\left\{k(P\,dp + V\,dv) - p\,dv\right\} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial v} kP = \frac{\partial}{\partial p}(kV - p)$$

$$k\left(\frac{\partial V}{\partial p} - \frac{\partial P}{\partial v}\right) = 1$$

$$k\left(\frac{\partial P}{\partial v} - \frac{\partial V}{\partial p}\right) + 1 = 0 \quad \ldots \quad \underline{VIII}.$$

$$\int\left(\frac{P}{T}\,dp + \frac{V}{T}\,dv\right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial v}\frac{P}{T} = \frac{\partial}{\partial p}\frac{V}{T}$$

$$\cancel{\frac{1}{T}\frac{\partial P}{\partial v} - \frac{1}{T}\frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{T^2}\frac{dT}{dt}}(V - P)$$

116
180
31
211
327
336

$$\frac{1}{T}\frac{\partial P}{\partial v} - P\frac{1}{T^2}\frac{dT}{dt}\frac{\partial t}{\partial v} = \frac{1}{T}\frac{\partial V}{\partial p} - V\frac{1}{T^2}\frac{dT}{dt}\frac{\partial t}{\partial p}$$

$$T\left(\frac{\partial P}{\partial v} - \frac{\partial V}{\partial p}\right) = \frac{dT}{dt}\left(P\frac{\partial t}{\partial v} - V\frac{\partial t}{\partial p}\right)$$

$$-\frac{T}{k} = \quad \Big\| \quad \frac{k}{T}\frac{dT}{dt}\left(P\frac{\partial t}{\partial v} - V\frac{\partial t}{\partial p}\right) + 1 = 0 \ldots \underline{IX}$$

Hőelmélet 1887

V

§ 29. Tökéletes gáz — bírja a Mariotte Gay Lussac törvényét és Regnault törvényét

$$v = \frac{v_{a0}h(1+\alpha t)}{p}$$

$$pv = R(1+\alpha t)$$

$$R = v_{a0}h$$

R függ tehát a gáz fajsúlyától s a nyomás egységül választott mértéktől.

Ideális gázra nézve érvényesül Regnault szerint C és C' független p-v és t-től tehát

$$v = C' \frac{t}{\alpha R}$$

$$p = C \frac{v}{\alpha R}$$

C-ékkel VIII-ba téve

$$k\frac{C-C'}{\alpha R}+1=0$$

$$C'-C=\frac{\alpha R}{k}$$

IX egyenlet akkor.

$$\frac{k}{T}\frac{dT}{dt}(C'-C)\frac{vp}{\alpha^2R^2}=1$$

vagyis

$$\frac{k}{T}\frac{dT}{dt}\cdot\frac{R\alpha}{k}\frac{vp}{\alpha^2R^2}=1$$

$$\frac{1}{T}\frac{dT}{dt}\cdot\frac{vp}{R\alpha}=1$$

$$\frac{1}{T}\frac{dT}{dt}\cdot\frac{\cancel{R}\,1+\alpha t}{\alpha}=1$$

$$\frac{dT}{T}=\frac{\alpha\,dt}{1+\alpha t}$$

$$\log T=\log(1+\alpha t)+C$$

$$T=A(1+\alpha t)$$

Könnyűbős hogy valantyúl mert —

$$T=A\left(1+\frac{1}{273}t\right)$$

$$T=\frac{A}{273}(273+t)$$

az ö hengpontból függő A legyen $\frac{A}{273}=1$

$$T=273+t$$

§ 20. Egy fordítható gép két reservoirral.

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leqq 0$$

A felvett hő Q_1

az átalakított $Q_1 + Q_2$

hatásékonysági együttható.

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \vartheta$$

egy másik gép

$$\frac{Q_1' + Q_2'}{Q_1'} = \vartheta'$$

ha a gép megfordítható akkor.

ha $$Q_1' = Q_1$$

egyszersmind $$Q_2' = Q_2$$

tehát $$\vartheta = \vartheta'$$

ha a gép meg nem fordítható

akkor.

~~ha~~ $\frac{Q_1'}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} = \cancel{n}$

n negativ.

s így ha $Q_1' = Q_1$

$$Q_2' = -\frac{Q_1}{T_1}T_2 + n\,T_2$$

míg.

$$Q_2 = -\frac{Q_1}{T_1}T_2$$

~~Akkor~~ $Q_2' < Q_2$

$\cancel{Q_1 + Q_2' =}$

és így $Q_1 + Q_2' < Q_1 + Q_2$

vagyis $\mathfrak{A}' < \mathfrak{A}$.

~~Ha~~ Gözgép. 5 atmosphärával $t_1 = 150$

$t_2 = 50$

$$Q_1 + Q_2 = \frac{1}{k}A.$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{1}{k}\frac{A}{T_2} - \frac{1}{\cancel{k}}\frac{Q_1}{T_2} = 0$$

$$Q_1\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{\cancel{k}T_2}\right) = -\frac{1}{k}\frac{A}{T_2} = \frac{1}{k}A\frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$$Q_2 = \frac{L}{K} A \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

kondensator 4 atmosphära

$$\frac{100}{273+150} = \frac{100}{423}.$$

Valódi gépnél még annyi sem.

§ 21

Ha lenne $T_2 = 0$ akkor. $\vartheta = 1$

például hőt nem venne el — ezért absolut null pont.

§ 31

Találtuk

$$C' - C = \frac{\alpha R}{K}$$

egyenletet.

Lássuk mi hasznát vehetjük.

tehát.

$$\frac{C' - C}{V a_0} = \frac{A \alpha}{K}$$

Tapasztalat ~~szerint~~ $\frac{C'}{V a_0}$ minden gázra állandó c szerint $\frac{c}{v_{a0}}$ is minden gázra

állandó és $\frac{c'}{c}$ minden gázra állandó

$\frac{c'}{c}$ meghatározzá hang terjedési sebességéből

nullnál

$$w^2 = \frac{c'}{c}\frac{a}{\sigma_{a0}}\left(\frac{\sigma}{\sigma_{a0}}\right)^{\frac{c'}{c}-1}$$

~~fajsúly~~ abszolut sűrűség

~~w = 331,6~~

a=

nyomás $= \frac{m^k}{f l}$

$$w^2 = \frac{c'}{c}\cdot\frac{a}{\sigma_{a0}}$$

$w = 33160$ Centimeter.

$a = 76 \cdot 13{,}6 \cdot 980$

$\sigma_{a0} = \frac{1}{773}$

$$\frac{c'}{c} = \frac{(33160)^2}{76 \cdot 980 \cdot 13{,}6 \cdot 773} = 1{,}404$$

Már most

$c' = 0{,}2374$

$a = 1\cancel{012}928$

tehát $c = 0{,}1686$

és így $c' - c = \cancel{0{,}0688}$

$$k = \frac{a V a_0 \alpha}{c' - c}.$$

$c' - c = 0{,}0688$

$\cancel{(c' - c) V a_0}$

$\cancel{a = 798}973.$

$$k = \frac{76.980.10.6.770}{270 \cdot 0{,}0688} = \underline{4168760}$$

$$\cancel{k = \frac{798.970.773}{273 \cdot 0{,}0688} = 4168.620}$$

$\cancel{400.100}.$

$k =$

§ 32. Poisson törvénye.

VIII egyenlet legyen

$$0 = \mathfrak{P}\,dp + \mathfrak{V}\,dv$$

$$\mathfrak{P} = C\frac{\partial L}{\partial p} \qquad \mathfrak{V} = C'\frac{\partial L}{\partial p}$$

$$= C\frac{v}{\alpha R} \qquad = C'\frac{p}{\alpha R}$$

$$Cv\,dp + C'p\,dv = 0$$

$$C\frac{dp}{p} + C'\frac{dv}{v} = 0$$

$$C\log p + C'\log v = \underline{A}.$$

$$\underline{p^{C} v^{C'} = \text{Const.}}$$

Hőelmélet 1881

VI

§33.

$$x = f(U, L)$$

$$y = f'(U, L)$$

$$U = \varphi(x, y)$$

$$L = \psi(x, y).$$

x, y független változók két tetszőleges állapotot jelző mennyiség.

$$dU = X\,dx + Y\,dy \quad \ldots \quad \mathrm{I}$$

$$\int (p\,dv - \kappa X\,dx - \kappa Y\,dy) = 0$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial y}dy$$

$$\int \left\{\left(p\frac{\partial v}{\partial x} - \kappa X\right)dx + \left(p\frac{\partial v}{\partial y} - \kappa Y\right)dy\right\} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(p\frac{\partial v}{\partial x} - \kappa X\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(p\frac{\partial v}{\partial y} - \kappa Y\right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} - \kappa\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} - \kappa\frac{\partial Y}{\partial x}$$

$$\kappa\left(\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right) = \frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial v}{\partial y} \quad \ldots \quad \mathrm{II}$$

Azonkívül

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

$$\int \left(\frac{X}{a+t}\,dx + \frac{Y}{a+t}\,dy \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{X}{a+t}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\frac{Y}{a+t}$$

$$\frac{1}{a+t}\cdot\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{X}{(a+t)^2}\cdot\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{1}{a+t}\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{Y}{(a+t)^2}\cdot\frac{\partial t}{\partial x}$$

$$\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{1}{a+t}\left(X\frac{\partial t}{\partial y} - Y\frac{\partial t}{\partial x}\right) \quad \text{III}$$

II és III egyenletekből

~~Legyen a test saját~~

§ 34

Legyen a test saját folyadékával érintkező tehát telített gőz. Legyen $y = t$

x a gőz ~~súlya~~ tömege

e szerint

$1-x$ a folyadék tömege.

Akkor:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \qquad X = \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_{t=\text{Const.}}$$

X a párolgás hője vagyis a gőz lappangó hője = r, ez független a gőz tömegétől tehát X = r csupán t-függvénye.

$$Y = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_{x=\text{Const.}}$$

Y a keverék fajhője a ~~gőz~~ telített gőz nyomásánál ez is csupán a <u>hőmérséklettől függ</u>.

legyen c a folyadék és h a gőz } fajhője a telített gőz nyomásánál

Akkor:

$$\underline{Y = (1-x)\,c + xh}$$

$$\underline{X = r}$$

$$v = (1-x)\,\sigma + x\,s$$

σ a folyadék
s a gőz fajtérfogata } ezek is csupán t-től függnek

<u>p, s, σ, ~~[illegible]~~, c, h, r csupán t-függvények.</u>

akkor a II egyenlet.

$$\cancel{k\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t}}$$

$$k\left(\frac{\partial r}{\partial t} + c - h\right) = \frac{\partial p}{\partial t}(s - \sigma) \; \ldots$$

és III egyenlet:

$$\frac{\partial r}{\partial t} + c - h = \frac{r}{a+t}$$

ezekből

$$r = \frac{a+t}{k}(s-\sigma)\frac{dp}{dt}.$$

$$dt = \frac{s-\sigma}{r} \cdot \frac{a+t}{k}\, dp$$

ha $s > \sigma$ akkor dt pos. dp-re

=

Nyomás nagyobbodásánál a forrpont emelkedik.

Alkalmazás olvadásra. s = a folyadék σ = a szilárd test fajsúlya

ha $s > \sigma$ akkor nyomás nagyobbodásánál az olvadáspont emelkedik – ~~ez a víz esete~~ ez a rendes itt nyomás ~~ha~~ s által ~~olvasztani~~ szilárdítani lehet.

ha $s < \sigma$ akkor nyomás ~~által~~ nagyobbodásánál az olvadáspont leszáll – nyomás által olvasztani lehet.

ez a víz és jég esete

$$\frac{dt}{dp} = \frac{s-\sigma}{r} \cdot \frac{a+t}{K}$$

~~s=t~~

hosszegység a centiméter

időegység a másodperc

tömeg egység a gramm

hő egység a gramm calori(a)

hőmérséklet — Celsius

$p = 1$ atmosphära

$t = 0$

$s = 1.$ $\sigma = 1{,}083$

$a + t = 273$

$r = 79{,}25$

$K = \cancel{1000}\ 425 . 98000$

Atmosphärikus nyomás $\cancel{\delta t = 320}$ $A = 76 . 13.6 . 980$

1 Atmosphärikus nyomás nagyobbodásra

$$\delta t = \frac{1-\sigma}{r} \cdot \frac{a+t}{K} A = \frac{1-1{,}083}{79{,}25} \cdot \frac{273}{425 . 98000} . 76 . 13{,}6 . 980$$

$$= -\frac{0{,}083}{79{,}25} \cdot \frac{273}{42500}\ 76 . 13{,}6 = 0{,}0070$$

§ 35.

Vizsgáljunk most változásokat melyeknél a nyomás nem egyenletes — például egy kifeszített drótot.

Egy végtelen kicsiny változásra, melyet valamely megfordítható körfolyamathoz tartozók legyen a ~~nyom~~ ~~külső erők munkája~~. Jelentse hő

$$\cancel{dA = X_1 dx + Y_1 dy}$$

$$dQ = X dx + Y dy$$

a külső erők munkája pedig

$$dA = X_1 dx + Y_1 dy$$

hol $\underline{x}$ és y két állapotjelző.

Az első tétel szerint bármely megfordítható körfolyamatra

$$\int (k\,dQ + dA) = 0 \qquad \oint \quad \oint$$

vagyis $\dfrac{\partial X}{\partial y} - \dfrac{\partial Y}{\partial x} = -\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{\partial X_1}{\partial y} - \dfrac{\partial Y_1}{\partial x}\right)$ . . .

és a második tétel szerint $\displaystyle\int \left(\frac{X}{T}dx + \frac{Y}{T}dy\right) = 0$

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{X}{T} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{Y}{T} \qquad -\frac{1}{T^2}X\frac{dT}{dy} + \frac{1}{T}\frac{\partial X}{\partial y} =$$

$$\frac{k}{T}\left(X\frac{\partial t}{\partial y} - Y\frac{\partial t}{\partial x}\right) = \frac{\partial Y_1}{\partial x} - \frac{\partial X_1}{\partial y} \quad \Bigg| \quad \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{1}{T}\left(X\frac{\partial t}{\partial y} - Y\frac{\partial L}{\partial x}\right) \qquad \text{I)}$$

Ezeken kivül oly változásoknál melynél $dR = 0$

$$0 = X dx + Y dy$$

s akkor $dy = -\frac{X}{Y} dx$

~~Legyen most~~ alkalmazzuk ezt egy drót kihuzására
P a kihuzó súly t a hőmérséklet L a drót hossza

akkor

$$dA = P dL$$

vagyis

$$dA = P \frac{\partial L}{\partial P} dP + P \frac{\partial L}{\partial t} dt$$

~~ez~~ tehát $X_1 = P \frac{dL}{\partial P}$ $Y_1 = P \frac{\partial L}{\partial t}$

$\frac{dP}{dt} \cdot \frac{dL}{dt}$

e szerint (8) (I)

$$-\frac{1}{k}\left(\frac{\partial X_1}{\partial t} - \frac{\partial Y_1}{\partial P}\right) = \frac{1}{T} X$$

$$X = \frac{T}{k}\left(\frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{\partial L}{\partial p} + P \frac{\partial^2 L}{\partial p \partial t} - \frac{\partial P}{\partial L} \cdot \frac{\partial^2 L}{\partial p \partial t} + \frac{\partial L}{\partial t}\right)$$

$$X = + \frac{T}{k} \frac{\partial L}{\partial t}$$

$$dt = -\frac{T}{k} \cdot \frac{1}{Y} \cdot \frac{dL}{dt} dP$$

tehát általában $\frac{dL}{dt}$ positiv lévén kihuzásnál lehülés összenyomásnál melegedés

Hőtan VII.

§ 26. Gázok tetszőleges állapotváltozásai. Eddig csak körfolyamatokról szólottunk. Az egyenlet:

$$dQ = M\,dv + C\,dt.$$

~~mint dQ általában nem teljes differentiálhányados és így a tetszőleges állapotváltozásra nézve t és t' hőmérsékletek között~~

t és t' hőmérsékletek között felvett hő

$$Q = \int (M\,dv + C\,dt)$$

~~nem mindig kiszámítható.~~

de mégis gázoknál ez integrálható.

Itt egyébként C = a fajhő állandó térfogatnál és

$$M = (C - C')\frac{\frac{\partial p}{\partial v}}{\frac{\partial p}{\partial t}}$$

$$pv = a v_{a0}(1 + \alpha t)$$

$$\frac{\partial p}{\partial v} = -\frac{1}{v^2} a v_{a0}(1 + \alpha t) = -\frac{p}{v}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{a v_{a0} \alpha}{v} \quad \text{és így}$$

$$M = (C' - C)\frac{p}{a v_{a0} \alpha}$$

tehát

$$Q = C(t' - t) + \frac{C' - C}{a v_{a0} \alpha}\int p\,dv$$

Egyszerű gázokra nézve eredményül

$$\frac{C-c}{\alpha A v_{a0}} = A = \frac{1}{k} \text{ állandó és így}$$

$$Q = c(t'-t) + A\int p\,dv.$$

Ebből következő következtetés, ha $t' = t$ akkor.

$$Q = A\int p\,dv$$

2.) Továbbá mivel.

A = munka.

$$\kappa Q + A = \cancel{U'-U}$$
$$= \delta E$$

$$\kappa Q = \delta E + \int p\,dv$$

$$Q = \frac{1}{\kappa}\delta E + \frac{1}{\kappa}\int p\,dv$$

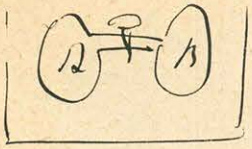
$$Q = c(t'-t) + A\int p\,dv$$

$$c(t'-t) = \frac{1}{\kappa}\delta E$$

$$\delta E = \kappa c(t'-t)$$

E szerint a gáznak belső erélye egyedül hőmérsékletétől függ. Ha valamely gáz kiterjedés-változást szenved a nélkül, hogy megváltoznék hőmérséklete akkor erély változása is null. Joule kísérletei. Más szóval a gáz hőlegkör-
körben belső erélye nem változik.

§28. Joule kísérletének megbízhatósága.



A-ban levegő 22 atmosphaera

B-ben légüres

A külső víz tömege 7,5 kilogramm.

A levegő A-ban 2,25 Liter.

Az A-ban foglalt levegő súlya 22 . 2,25 . 1,293 gramm

= 64 gramm.

A levegő fajhője állandó ~~térfogatnál~~ nyomásnál = ~~2,38~~ 0,238

e szerint lég hűlésére ϑ víz melegedésére t

$$64 . 0,238\, \vartheta = 7500\, t$$

$$t = \frac{64 . 0,238}{7500}\vartheta = \frac{1}{500}\vartheta$$

Tehát bár Joule észlelt $\frac{1}{200}$ fokot mégis már a levegő melegedése 1 fokkal nem lett volna kimutatható.

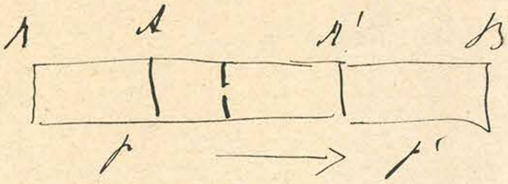
Vagy más részt a kifejtett hő $64 . 0,238 = 15,25$ gramm caloria kevés ez már nem volna kimutatható.

Ha tehát az erély 4200 . 15,25 : grammméterrel növekedik volna ez alig lenne kimutatható. Tehát a növekedés 65000 grammméterrel már kimutatható nem lenne.

§ 29. Joule kísérletei tökéletlenekkel.

Lásd Thomson és Joule-ét.

Gáz áramlik egy csőben.



akkor a munka.

$$qp\ AB$$

a külső munka $vp - v'p'$

felvett hő

$$kq + pv - p'v' = \delta E$$

Kísérletek.

$p-p'$	
0,43	0,108
1,26	0,365
4,02	1,033

$\delta(p-p')$ hol $\delta = 0{,}262$

Szénsavnál $\delta = 1{,}225$

$$q = C\,\delta(p-p')$$

$$kC\delta(p-p') = \delta E + p'v' - pv$$

Különben Regnault szerint

$\underline{p'v'}$

$$\frac{pv}{p'v'} = 1 + A\left(\frac{v'}{v} - 1\right) + B\left(\frac{v'}{v} - 1\right)^2$$

	A	B	hydrogen A	B
légre				
lég	$-0,0011054$	$+0,000019381$	$+0,00054721$	0.0000084155
szénsav	$-0,0085318$	$-0,0000072856$		

e szerint

$$pv - p'v' = p'v'\left[A\left(\frac{v'}{v} - 1\right) + B\left(\frac{v'}{v} - 1\right)^2\right]$$

Lássuk már most a belső erély változásának viszonyát a külső munkához a gáz kiterjedésénél

A határátlépés melyhez közeledik.

$$p' = p + \delta p$$
$$v' = v + \delta v$$

A kiterjedésnél végzett külső munka $= -p^* \delta v$

$$\delta E = \kappa C' \delta(p - p') + pv - p'v'$$

$$pv - p'v' = p'v'\left[A\frac{\delta v}{v} + B\left(\frac{\delta v}{v}\right)^2\right]$$

$$= p'v' A \frac{\delta v}{v} = A p \delta v$$

$$\delta E = -\kappa C \delta_0 \delta p + A p \delta v$$

most még

~~A külső~~ $$\frac{\delta E}{K} = \frac{\kappa C \delta}{p} \cdot \frac{\delta p}{\delta v} - A$$

K = külső munka

$$\cancel{\frac{\delta p}{\delta v}} = \quad pv - p'v' = A p\, \delta v$$

$$-v\,\delta p + p\,\delta v = A p\, \delta v$$

$$\cancel{\delta p = p\frac{\delta v}{v} - A\frac{p}{v}}\, \delta v$$

$$\frac{\delta p}{\delta v} = -\frac{p}{v}(1+A)$$

$$\frac{\delta E}{\delta K} = -\frac{\kappa C \delta (1+A)}{v} - A.$$

$$\frac{\delta E}{K_m} = -\left(\frac{\kappa C \delta (1+A)}{v} + A\right)$$

tömegegység a gramm.

térfogategység a köb centimeter.

erőegység a □ centiméterre gyakorolt légnyomás. Levegőre a

akkor. $k = \frac{425.00}{1033}$ $\delta = 0,262$ $C = 0,237$ kénygőz $\frac{1}{500}$

szénsavra $\frac{1}{125}$

$v = 773$ hydrogénre $\frac{1}{1250}$

V = a gáztérfogat 1 atm. nyomásnál

A belső erő és külső munka viszonya függ a külső munka nagyságától is.

$$\delta\xi = \kappa C \delta(p-p') + pv - p'v'$$

A külső munka

$$\int_v^{v'} p\,dv$$

$$pv = p'v'(1-A+B) + p'v'\left[\frac{(A-2B)v'}{v} + \frac{Bv'^2}{v^2}\right)$$

$$\int_v^{v'} p\,dv = p'v'(1-A+B)\int_v^{v'}\frac{dv}{v} + p'v'\int_v^{v'}\left[\frac{(A-2B)v'}{v^2} + \frac{Bv'^2}{v^3}\right]dv$$

Kezdet nyomás	új nyomás		
2	1	. . .	$\frac{1}{312}$
4	1	———	$\frac{1}{175}$
20	1	———	$\frac{1}{65}$

Hőtan VIII

Gázelmélet
Clausius elmélete

Feltevések: szilárd
egyseplyő
gázhalmazállapú testek.

1) Haladó mozgás
2) forgó
3) rezgő
4) éther

Ha az egyik meg van határozva
a többi is.

$$m\frac{du}{dt}=f \qquad m\,du=f\,dt$$

$$2mu=\int f\,dt$$

$$\sum 2mu=\sum\int f\,dt$$

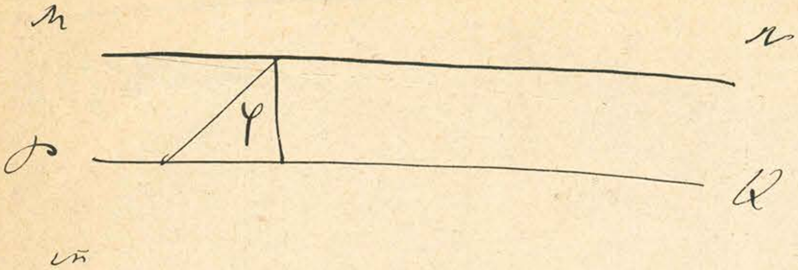
$$T\vartheta = N.\,2mu$$

$\frac{2a}{u}$ ~~[illegible]~~ ütések száma

$$\frac{2a}{u} \qquad \frac{u\vartheta}{2a}\cdot\frac{n}{3}$$

$$F=\frac{u\,n}{\cancel{3}2a}mu=\frac{nmu^2}{3a}$$

$$p=\frac{F}{a^2} \qquad pv=\frac{nmu^2}{3}$$



$$\frac{2a}{\cos\varphi}$$

$\frac{2a}{u\cos\varphi}$ az idő két ütés között menne,

$\frac{u\cos\varphi}{2a}\vartheta$ a száma az ütések ϑ idő alatt.

$$m\frac{du'}{dt} = f$$

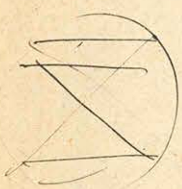
$$m\,du' = f\,dt.$$

$$2mu' = 2mu\cos\varphi \int f\,dt$$

az ütközésre

$$\sum 2mu\cos\varphi = \sum\int f\,dt = F\vartheta$$

$$2mu\cos\varphi\cdot\frac{\vartheta u\cos\varphi}{2a} = \frac{mu^2\cos^2\varphi}{a}\vartheta$$



$$\sum\frac{mu^2\cos^2\varphi}{a}\vartheta = F\vartheta$$

---

a $\sum$ vonatkozik a különböző molekulákra,

$$\frac{n'}{n} = \frac{2\cdot 2\pi\sin\varphi}{4\pi}d\varphi = \sin\varphi\,d\varphi$$

$$n\frac{mu^2\cos^2\varphi}{a}\sin\varphi\,d\varphi$$

$$F = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{mu^2\cos^2\varphi}{a}n\sin\varphi\,d\varphi = \frac{nmu^2}{a}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi\sin\varphi\,d\varphi$$

~~Ku~~

$$\int dx\, \cancel{\sin^m x \cos^n x = \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+n}} + \frac{n-1}{m+n}\int dx \sin^m x \cos^{n-2} x$$

$$\cancel{F = \frac{nmu^2}{a}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi \cos\varphi}{3}}$$

$$\int dx \sin^m x \cos^n x = -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{m+n} + \frac{m-1}{m+n}\int dx \sin^{m-2} x \cos^n x$$

~~$F = \frac{\pi}{2}$~~

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi \sin\varphi\, d\varphi = \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} -\frac{\cos^3\varphi}{3} = \frac{1}{3}$$

$$F = \frac{nmu^2}{3a}.$$

$$\omega a = v$$

$$\frac{F}{\omega} = p = \frac{nmu^2}{3v}$$

$$pv = \frac{nmu^2}{3}$$

Az egyenletekben a pv szorzat arányos a molecül eleven erejével; így ha tesszük $\sum \frac{1}{2} mu^2 = n \frac{1}{2} mu^2$ lesz

$$pv = \frac{2}{3}\sum \frac{mu^2}{2}$$

Más szóval

A pv szorzat arányos a gáz molekülök haladó mozgásának összes eleven erejével.

Mariotte törvénye. A gáz térfogatváltozásánál belső ereje 0 [illegible] és hőmérséklete [illegible] eleven ereje nem változik e szerint egy eleven erő erejénél a hőmérséklet függvénye. pv tehát állandó hőmérsékletnél állandó.

Gázkeverék — az egyik $\sum \frac{m'u'^2}{2}$ a másik $\sum \frac{m''u''^2}{2}$

$$\sum \frac{mu^2}{2} = \sum \frac{m'u'^2}{2} + \sum \frac{m''u''^2}{2}$$

$$pv = p'v' + p''v''$$

Dalton törvénye. $p = p' + p''$ Da

Mariotte Gay-Lussac egyesített törvénye.

$$pv = A . v_{a0} \frac{1}{273} T$$

$$\sum \frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} A v_{a0} \frac{1}{273} T$$

A gázok molekülök haladó mozgásának eleven ereje arányos az absolut hőmérséklettel.

$$\frac{\sum \frac{mu^2}{A}}{v_{a0}} = \frac{3}{2} \frac{1}{273} T$$

Legyen u_k a közép sebesség

akkor

$$\frac{n m u_k^2}{3} = \frac{1}{273} V_{a0} A . T$$

$$u_k^2 = \frac{3}{273} \frac{V_{a0}}{nm} A T = \frac{3}{273} \cdot \frac{V_{a0}}{M} A T$$

~~a gáz~~

$\frac{V_{a0}}{M}$ egyenlő [illegible] a M-re.

$T = 273$ ra nézve. $M = 1$ gramm

$V_{a0} = 773$ köbcentiméter $g = 980$ Cent. másodp.

$A = 1033.980$

$$u_k^2 = 3.773.1033.980$$

Hőtan IX.

$$\sum \frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} a V_{a0} \frac{1}{273} T$$

ha u_k a középsebesség akkor:

$$n m u_k^2 = 3 a V_{a0} \frac{1}{273} T$$

$$u_k^2 = 3 a \frac{V_{a0}}{nm} \frac{1}{273} T$$

$$nm = M \qquad \frac{V_{a0}}{nm} = \frac{1}{s}$$ s a sűrűség

$$u_k = \sqrt{\frac{1}{s}} \cdot \sqrt{\frac{3aT}{273}}$$ +)

ha a hosszegység a Centimeter, a tömegegység a gramm és időegység a másodperc akkor:

$$a = 980 \cdot 1033$$

Ha $T = 273$

$$\sqrt{\frac{3aT}{273}} = \sqrt{3 \cdot 980 \cdot 1033}$$

$$u_k = \sqrt{3 \cdot 980 \cdot 1033 \cdot 773} = \underline{48450}$$

$u_k = 485$ méter.

Más gázokra +) szerint.

$$u_k' = \sqrt{\frac{1}{s'}}\sqrt{} \qquad \frac{u_k'}{u_k} = \sqrt{\frac{s}{s'}} \qquad u_k' = u_k\sqrt{\frac{s}{s'}} = u_k\sqrt{\frac{1}{\varrho}}$$

ϱ az illető gáz sűrűség

Oxygén 461

Nitrogén 492

Hydrogén 1848

Légkör határoltsága.

$$2gh = u^2$$

$$h = \frac{485^2}{2g} \qquad 12000 \text{ méter.}$$

hogy mégis ~~[illegible]~~ magasabb a határ az oka van, hogy hiszen a gáz ujabb eleven erőt nyer a naptól.

A légkör nyomása. Hogyan van akkor mégis, hogy a ~~barométer~~ lég nyomása a barométer ~~lég~~ edény nehézségével egyenlő. (Verdet Hő II, 15)

w a barométer higanyára szabad ~~gyakorolt~~ eső molekulák normális sebessége akkor. $n.2mw$ erőt kell gyakorolni.

n az idő egység alatt ~~[illegible]~~ ütközések ~~molekulák~~ száma. $w - gt = 0$ ~~ideig~~

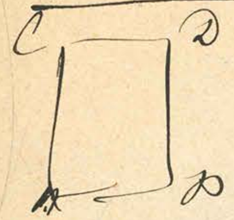
a molekulák $t = \frac{w}{g}$ ideig emelkedik és $2\frac{w}{g}$ idő alatt esik vissza.

egy molekula az idő egység alatt $\frac{g}{2w}$ szor ütközik

~~N~~ a molekulák száma akkor.

$\nu \cdot \frac{g}{2w} \cdot 2mw$ az egész $= Mg$

Nyomás egy henger alsó és felső lapjára.



$2mw$

~~w~~ AB-n w

CD-n a sebesség

$$w^2 - w'^2 = 2gh$$

$$w' = \sqrt{w^2 - 2gh}$$

$$t = \frac{2(w-w')}{g}$$

az idő

~~$w =$~~ ~~w'~~ $w' = w - gt$

$$\frac{w-w'}{g} = t.$$

a nyomás alul $= V \cdot \frac{g}{2(w-w')} 2mw$

$$Mg\frac{w}{w-w'}$$

felül. $= V \frac{g}{2(w-w')} 2m w'$

$$= Mg\frac{w'}{w-w'}$$

a két nyomás közti különbség $= Mg$.

Quod erat demonstrandum.

Egy gáz összes melege.

Ha c a fajhő állandó befogadván

$$c = \frac{1}{k}\frac{dE}{dt}$$

c a hőmérséklettől független és így

$$E = E_0 + kct$$

~~Felvesszük hogy~~
Az absolut nullpontban az erély null e szerint

$$\cancel{t = T}$$

$$E = E_0 + kcT$$

e szerint $\cancel{E_0}$

$$E = kcT$$

Másrészt úgy találtuk hogy

$$\cancel{pv = a V a_0 \tfrac{1}{273} T}$$

$$\Sigma \frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} a V a_0 \frac{1}{273} T$$

tehát

$$\frac{E}{\Sigma \frac{mu^2}{2}} = \frac{kc}{\frac{3}{2} a V a_0 \frac{1}{273}} \qquad \frac{a V a_0 \frac{1}{273}}{k} = C' - C$$

$$\frac{E}{\Sigma \frac{mu^2}{2}} = \frac{c}{\frac{3}{2}(C' - C)} \qquad \frac{\Sigma \frac{mu^2}{2}}{E} = \frac{3}{2}\left(\frac{C'}{C} - 1\right)$$

0,62 $\qquad$ 1,41 − 1

Ms 5095/27-30. Eötvös Loránd kísérleti fizikai előadásai

Hőtan 1881 ujra

Calorimetria.

Eddig hőtüneményeket észleltünk

melegedés, lehűlés olvadás etc.

Oly ~~hő~~ hőtünemények melyek egy

rendszerben egyszerre mennek

végbe – ha A és B vel jelöltetnek ezen hőtünemények

egyenértékűek – és ellentétesek.

Melegedés, lehűlés etc.

Minden hőtünemény egyenértékű fordi-
(és etc.)
tottjával. Ezennel ha A és

B egyidejűek – A egyenértékű

az egyenértékű ugyanazzal egyenlő

a B fordítottjával. Ebből

~~[illegible]~~ elő lehetőséges bármely tüne-

mény hőértékét meghatározni a

Kivétel csak kevés esetben lehetséges.

Black a múlt században a hőmennyiség fogalmát hozta be. Minden tünemény ~~keletkezé-~~ ~~kell~~ vagy bizonyos hőt igényel és pedig vagy elnyel- vagy kiad. A melegedés hőelnyelés – a kihűlés hőkiadás. Ez a hőmennyiség nagyos a ~~hő~~ tünemények össze-kéért. A hőérték meghatározásának feladata ugyanaz mint a hőmennyiség meghatározása.

A hőmennyiség melyet a tünemény kiad egyenlő a hőmennyiséggel melyet elnyel. Rendesen azt mondjuk A test átad B test felvesz.

A feladat a Calorimetriáé.

~~Ha a tünemény hőt melyet ... ...~~

Az ~~kevésérték~~ ~~meghatá~~ hő egység a gramm calorie.

~~Kevesebb~~ Valamely tüneménynél elnyelt hőt kapjuk, ha meghatározzuk ~~mennyi a ki~~ hány gramm víz hűl le 1°-tól 0 fokra.

Melegítés állandó nyomásnál.

$$m(c_{01}+c_{12}+c_{23}+\dots) = q$$

~~fajhő állandó~~ fajhő a hő mely kell hogy egy gramm hőfoka 1-el emeltessék.

~~Közép c~~ $= c_{01} = c_{12} = c_{23} \dots$ általában.

t' a végső t a kezdet hőmérséklet

$\cancel{mc(t'-t)=q}$ q elnyelt hő.

$$m\underbrace{\frac{c_{01}+c_{12}+c_{23}+\dots}{t'-t}}_{c}(t'-t) = q$$

$$mc(t'-t)=q$$

c a közép fajhő.

Vízre nézve kitűnt hogy $mc(t'-t) = \mu c'(\vartheta'-t')$

$$\frac{c}{c'} = \frac{\mu(t'-\vartheta)}{m(t-t')} = 1$$

$$(\mu+m)t' = mt+\mu\vartheta$$

$$t' = \frac{mt+\mu\vartheta}{\mu+m}$$

A víznek egyéb tulajdonsága
folytán kívül esik a Dulong [illegible].
A ~~víz tömege~~ a víz melegedésénél
elnyelt hő $= \mu(t' - \vartheta)$

mi ~~tartományában = m~~

$$\mu(t' - \vartheta) = m\,c\,(t - t')$$

[illegible] vallyon a
hő

Dulong és Petit

	0 – 100	0 – 300
Hg	0,033	0,035
Zn	0,093	0,102
Pt	0,036	0,036
üveg	0,177	0,190

Halmazállapot

jég ~~víz~~	0,477
víz	1

~~Atom~~ Csontszén	0,260
grafit	0,203
gyémánt	0,148

Hőtan.

Léghőmérő. Regnault-féle. ~~Fizika~~ $T = 100\frac{p_t - p_0}{p_{100} - p_0}$

Higanyhőmérő ~~$T = V_t$~~ ~~$T = 100 \frac{p_t - p_0}{p_{100} - p_0}$~~ $T = 100\frac{v_t - v_0}{v_{100} - v_0}$

Összehasonlítás.

~~Léghőmérő~~ higanyhőmérő

~~0~~ 0

~~10~~

Reichnagel

Léghőmérő	0	10	20	30	40	50	60,	70,	80,	90,	100
Higanyhőmérő	0	10,08	,14	,18	,20	,20	18	14	10	05	,00

Wüllner 75. III 108

Magasabb hőmérsékletek Regnault

Léghőmérő	100	150	200	250	300	350
Higany kristályüveg	100	150,4	201,25	253,00	305,72	360,50

Wüllner 75 III 109

Kiterjedés

I Szilárd testek.

$l = l_0(1+\beta t)$ $\quad l' = l_0'(1+\beta t)$ $\quad$ ~~l''~~ $l'' = l_0''(1+\beta t)$

$l\,l'\,l'' = V_t$ $\quad l_0 l_0' l_0'' = V_0$

$V_t = V_0(1+\beta t)(1+\beta t)(1+\beta t)$

$V_t = V_0\{1+$ ~~$\beta t^2 + \beta t^3$~~ $\} = 1+3\beta t+3\beta^2t^2+\beta^3t^3$

$= 1+3\beta t$

$V_t = V_0$ …

$3\beta = \alpha$

$V = V_0(1+\alpha t)$

~~a + bt.~~

Kísérletek

~~Lavoisier Laplace~~

Vagy β vagy α less meghatározandó

Fizeau adatai Wüllner 75 III 35.

β lineáris kiterjedési együttható

$\beta = a + bt.$

	a	b	β között 100 fok
Vas	$1136 \; 10^{-8}$	$92{,}5 \; 10^{-10}$	$1228 \; 10^{-8}$
Sárga réz	1781	98	1879
platin	868	39	907
cink	714	79	793

$1136 \cdot 10^{-8} = 0{,}0000\,1136$

$\frac{V_t - V_0}{V_0 t} = \alpha$

$V_t - V_0 = \frac{V_{100} - V_0}{100} t$

$\frac{V_{100} - V_0}{100 V_0} = \alpha.$

0,00001136
0,000000092

Compensáló ingák.

~~Lu~~ Cseppfolyó testek Dulong Petit és később Regnault.

Hg	0,00018	-8°	... 0,99863	
Víz minimuma		0	0,99988	
		4	1	
		8	0,999	
		50	0,988	
		100	0,958	

	0°	100
Aether	0,00151	0,00165
Chloroform	111	137

$$V_t = V_0(1+\alpha t)$$

$$\delta_t = \frac{m}{V_t}$$

$$\cancel{\frac{V_t}{V_0} = (1+\alpha \Delta t)}$$

$$\sigma_t V_t = m$$

$$\cancel{V_t \sigma_t = V_0 \sigma_0}$$

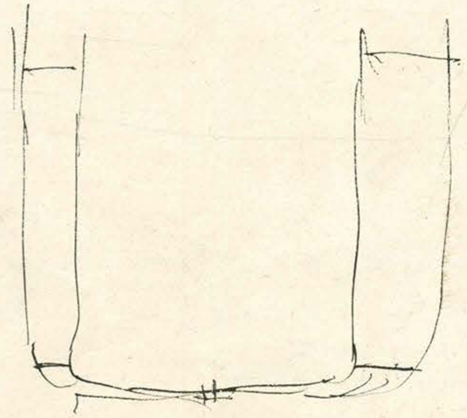
$$V_t = \frac{\sigma_0 V_0}{\sigma_t}$$

$$\frac{V_t}{V_0} = \frac{\sigma_0}{\sigma_t}$$

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_t} = (1+\alpha t)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_0}{1+\alpha t}.$$

$$\frac{m}{V_t} \qquad \frac{\sigma_t}{\sigma_0} \qquad \frac{\sigma_0}{\sigma_t} \qquad \frac{h_t}{h_0} = (1+\alpha t)$$



$$h\sigma_0 g = h'\sigma_t g$$

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_0} = \frac{h_0}{h_t}$$ Dulong és Petit

Eredmények

Higany

$\alpha = a + bt$

$a = 0,000179006$

$b = 0,0000000252316$

0 – 50 fokig	0,00018027
0 – 100	18152
— 200	18658
352	18784

Vízre nézve 2,9 foknál legnagyobb sűrűség.

Gázok. lásd Verdet Cours de physique.

Nyomás változás állandó ~~hőmér~~ térfogat mellett.

$$p_t = p_0(1+\alpha t)$$

α a ~~hőkiterjedési~~ ~~tá~~ kiterjedési ~~nyomási~~ együttható állandó térfogat mellett. Legyen

$$t = \frac{p_t - p_0}{p_{100} - p_0}\, 100$$

$$\cancel{p_t - p} \quad p_t - p_0 = \frac{p_{100} - p_0}{100}\, t$$

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{p_{100} - p_0}{p_0 100}\, t\right)$$

Legyen nevezve

$$\frac{p_{100} - p_0}{p_0 100} = \alpha.$$

nem függhet csupán a kezdet nyomástól de függ-e gá-zán. igen.

légre nézve

ha $p_0 = 760$ m.m. akkor $\alpha = 0{,}003665$

$p_0 = 109$ 3648

$p_0 = 3655$ " — — 3709

Más gázok.

$p_0 = 760$ m.m. a ~~törvény~~ α null és 100 fok között

Lég	0,003665
~~Nitrogen~~	~~3668~~
~~Oxygen~~	
Hydrogen	3667
Szénéleg	3667
Szénsav	3688
Kénessav	3845

Általában azután változik kevéssé a hőmérséklettel és a nyomással. Hydrogen és szénéleg körülbelől állandóak 325 fokig.

Kénessavé 300 fokig ~~csupán~~ (értékétől fogy ~~Középértékben~~ 0-tól 300-ig = 0,003802.

Kiterjedési együttható állandó nyomás mellett.

$V_t = V_0(1+\alpha' t)$

~~Mariotte ebből következik~~

$\cancel{V_t p_t = V_0 p_0}$

$V_{tp} = V_{op}(1+\alpha' t)$

$V_{tp}\, p = V_{tp} p'$

$\cancel{V_{tp}\, p' = V_{op}\, p\,(1+\alpha' t)}$

Mariotte szerint most lenne.

$V_t p_0 = p_t V_0$

tehát lenne

$p_t = p_0(1+\alpha t)$

$V_t p_0(1+\alpha t) = V_0 p_t(1+\alpha' t)$

és $\alpha' = \alpha$

de ez nincsen úgy. Mariotte törvényétől eltérések

A gáz térfogata V_0 a nyomas egy atmosfera	Nyomás légkörökben: lég	kénsav	hydrogén	
V_0	1			
$\frac{V_0}{2}$	1,998	1,9,83	2,001	
$\cancel{V_0/4}$				
$\frac{V_0}{20}$	19,720	16,705	20,269	

E szerint a' nyomástól és hőmérséktől függő lesz még a légre nézve is.

Kiterjedési együttható 0° és 100° között

lég	0,003670
hydrogen	3661
Szenély	3669
Szénsav	3710
Kénessav	3903

Változás a nyomással

	nyomás	
Hydrogén	760 m	0,003661
	2545 m	0,003662
lég	380	0,3650
	760	3670
	2525	3691
Szénsav	760	3709
	2520	3846
Kénessav	760	3902
	980	3980

Súrlódás munka.

munka végzés melegedés

<u>kihűlés</u>

melegedés = neg. munka.

425

~~Súrlódás~~

eleven erő kisebbedése = melegedés

melegedés = eleven erő növekedés

$$A = \delta L$$

$$A_{12} = L_2 - L_1$$

$$A_{12} + A_{20} = A_{10}$$

$$A_{10} - A_{20} = L_2 - L_1$$

$$E_1 - E_2 = L_2 - L_1$$

$$E_1 + L_1 = E_2 + L_2$$

példa

$$\delta E + \delta L + kQ = 0$$

Súrlódás nélküli van.

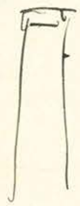
súrlódásokat

Q a keletkezett hő. A melegedésben elegett hő.

Pneumatikus tűzszerszám.

Joule kísérlete belső külső munka.

Gőz fajhő.



$$\cancel{\kappa Q}$$

$$\cancel{\kappa C}$$

$$-\kappa c' + \delta\varepsilon = 0$$

$$-\kappa C + \delta\varepsilon + pv\alpha$$

$$-\kappa C + \kappa c' + pv\alpha = 0$$

$$C = c' + \frac{pv\alpha}{\kappa}$$

$$C = c\left(1 + \frac{pv}{\kappa c}\right)\alpha$$

$$v = \frac{d}{a}$$

$p.c$

λ, v

görgő

víz gyorsultsága

150 fokinál víz gőz 3580 / 760 / $\frac{4,\frac{1}{2}}{}$
2040

$\frac{100}{}$ ~~150~~ $\frac{100}{270+180}$

Calorimetria.

Láttuk hogy melegedésére vagy az alvitelre
a szilárdból cseppfolyósba és cseppfolyósból
~~a~~ gázalakúba hőt kellett közölni
Ilyenkor A test B ~~-nek~~ hőt ~~...~~ vesz fel.
B test A-nak hőt ad át.

~~Ha~~ I. állapotváltozás. A hő melyet egy test felvesz
ha 1 állapotból 2-be megy át =
a hővel melyet átad ha 2-ből
1-be megy át.

II Ha semmi egyéb változás nincsen
mint melegedések – vagy halmaz-
állapotváltozások, akkor mindig
A test által átadott = B test által felvett.
Hőgyarapodás Q_a positiv v. negativ.

$$Q_a + Q_b = 0$$

Mindezekben a hő mint egy ~~valami~~ valami ~~mennyiség~~
egységgel – miképp egy testben ~~...~~ gyarapodás.
az eddig tárgyalt hőtüneményeket
alkotja.

Calorimetriában ha a hőt a mely
bizonyos tömegek bizonyos hőfokkal
ezen egységét választhatjuk.

Legyen a hő mely a tömegegység ~~1 kilogr.~~ víz hőmérsékletét 0tól 1 fokra emeli a hőegység. A hő mely m tömegegység víz hőfokát 0 tól 1 fokra emeli

$$\underline{Q = m}.$$

~~fajhő~~ q a tömegegység által felvett hő

$t' = t + \vartheta$ $\quad \frac{q}{\vartheta} = c$ a t és $t+\vartheta$ határos között.

általában c közel ~~állandó~~ akkor hőfokközben

$$q = c\,(t' - t) \qquad Q = mq = mc(t' - t)$$

Keverési módszer.

Legyen két test ~~t' és t'' hőfokkal~~ t_a és t_b eredeti hőfokkal

$$Q = m_a c_a (t_a - t)$$

$$Q = m_b c_b (t_b - t)$$

$$\frac{c_a}{c_b} \quad c_a = \underline{m_b c_b (t_b - t)}.$$

a felvett $Q =$

a test hőfoka ha t_a

b testé t_b $\underline{\vartheta}$

$t_a > t_b$

Írj'

$\underline{a}$ teste átad $m_a c_a (t_a - \vartheta)$

b test felvesz $m_b c_b (\vartheta - t_b)$

$$c_a = \frac{m_b c_b (\vartheta - t_b)}{m_a (t_a - \vartheta)}$$

a könnyű volna ha b víz és

$\vartheta = 1^\circ$ $t_b = 0^\circ$

t. i. akkor $c_b = 1$ és a számláló

egyenlő m_b.

Ha két különböző hőfoku víztömeget keverünk 1 kilo t és 1 kilo t' hőfokút és ezek ϑ hőfokra jönnek akkor.

a fajhő t és ϑ között c —

t' és ϑ között c'

lesz

$$c(t - \vartheta) = c'(\vartheta - t')$$

a kísérlet azt bizonyítja hogy

$$t - \vartheta = \vartheta - t'$$

$$\text{vagyis } \vartheta = \frac{t + t'}{2}$$

ha 0 és 30-40 fok között.

erőt

$$\boxed{c = \frac{m_v(\vartheta - t_v)}{m(t - \vartheta)}}$$

Regnault Calorimetre.

		0 - 100	0 - 200		A	AC
Higany		0,033	0,035		200 ~~108~~	
Ezüst	—	0,056	0,061	—	~~108~~	
~~[illegible]~~	—			—	63,4	6,0
réz	—	0,095	0,101			
Platina	—	0,036	0,036		197,2	7
vas	—	0,177	0,190			

—

jég −78°-ig 0° ... 0,474

amorf szén ... 0,260

grafit ... 0,200

gyémánt ... 0,148

0,2,669
3,2936

$\frac{s}{s'} = \frac{v'}{v}$

$v' = \frac{100}{92}$

197,2
36
11832
5916
70992

7,0992 / 92 / 1,09

—

0 fokú víz

0 fokú jég

Dulong és Petit

Gázfajhő állandó nyomásnál

Lég — 0,2375

Oxygén — 0,2175

Hydrogén — 3,4090

Szénsav — 0,2169

Közel ~~a~~ független a hőfoktól.
— a nyomástól.

Állandó térfogat mellett.

fajhő.

$\cancel{c =} \quad c = \frac{q}{(t-\vartheta)}$

$Q = c_n(t-\vartheta) + m\lambda$

$\cancel{q = c}$

λ a kiterjedésre működött hő

$\sqrt{1+\alpha t}$

$C > c$

A kiterjedésre működött meleg arányos p-vel
arányos a térfogattal $V_0\alpha(t-\vartheta)$

~~Az~~ Olvadási hő ezt felemészti a test. és a hőgyarapodás ha megszilárdul és ~~[illegible]~~ akkor ezt melegítésre fordítja.

Jég 79,5.

Jég olvasztása.

Alkénessavas natrium

Glauber só hidegkeverék,

Elgőzölgési hő 540

Aether 98 etc.

---

1) Carré

2) Wollaston Criophor.

0°	4,60
5	6,53
10	9,17
15	12,70
20	17,39
25	23,55

$$\frac{\text{A víz gőz tartalma}}{\text{A telitett vízgőz mennyisége}} = \text{nedvesség}$$

$$\frac{\text{A vízgőz n.}}{\text{telí t.}}$$

$$\frac{\text{a nyomás}}{\text{a víz...}}$$

Chemiai hygrometer.

Daniell-féle hygrometer.

A harmatpont az hőmérséklet, mely mel a vízgőz nyomása
= az e hőmérsékletnél feszültségével

Psychrometer, August.

Az elpárolgás lehűti az egyik thermometert
ennek határa van. Akkor ha a melegítés = a lehűléssel

t' a nedves thermometer hőmérséklete

t a száraz

f a telitett vízgőz feszültsége t' hőfoknál

φ a vízgőz feszültsége a levegőben

$$f - \varphi = C(t - t')$$

Mariotte Gay Lussac féle törvény

Állandó hőmérsékletnél

~~$pv = p'v'$~~

$$\left\{\begin{array}{l} pv = p'v' \\ \cancel{\sigma\sigma} \\ \dfrac{\sigma}{\sigma'} = \dfrac{p}{p'} \end{array}\right.$$

$$p_t v_t = p'_t v'_t$$

$$pv = a.v_a$$

Gay Luss. állandó nyomásnál

$$v(1+\alpha t) = v'(1+\alpha t')$$

$$v_a = v_{a0}(1+\alpha t)$$

$$pv = a v_{a0}(1+\alpha t)$$

~~$v' = v\dfrac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}$~~

~~$v = \dfrac{p'v'}{p}$~~

$$p'v' = a v_{a0}(1+\alpha t)'$$

$$\frac{pv}{1+\alpha t} = \frac{p'v'}{1+\alpha t'}$$

~~$p_0 v_0 =$~~

Ha $v = \dfrac{m}{\sigma}$ tesz.

$$\frac{\sigma(1+\alpha t)}{p} = \frac{\sigma'(1+\alpha t')}{p'}$$

vagyis

$$\frac{\sigma(1+\alpha t)}{p} = G. \text{ a gáz állandója}$$

~~$Q = c$~~

$$Q = cp(T-t)$$

Víz által felvett.

$$Q = m(t-\vartheta)$$

Midőn hőmérsékleti egyensúly áll be, akkor a változások úgy fogynak fel hogy a melegebb hőt ad át a hidegebbnek. A mennyit a hidegebb átad annyit vesz fel a melegebb.

A hő mérése:

Függés a hőmérséklettől. Dulong és Petit adatai.

	0 – 100	0 – 300
Hg	0,033	0,035
Vas	0,110	0,122
Zink	0,092	0,102

Függés a halmazállapottól.

Jég	−78 és 0 között	0,474
víz		1,00

Structurától:

Csontszén	0,260
Graphit	0,197 – 0,203
Gyémánt	0,146 – 0,148

Mindebből a, concent 6-ig között van Dulong és Petit
A szén ~~bór~~ és silicium kivételek / alacsonyabb hőfokra jobban

Gázok fajhője.

Állandó nyomásnál } az elsö nagyobb.
állandó térfogatnál }

körülbelül 1,4 szerese a má...

Hydrogén			
Oxygén	3,4090	1	3,409
Nitrogén	0,2175	16	3,486
Chlor	0,2438	14	3,413
	0,1210	35,5	4,295

Halmazállapot változásai.

1) olvadás

1) Legtöbb test változik meg át a szilárd ból a csepp folyó állapotba. Olvadáspontja van melynél megolvad ez bizonyos hőmérséklet. Egyes testek pedig mégy nyulósakká válnak.

2) Egy olvadó szilárd test hőmérséklete független a környezet hőfokától.

A hő melyet a test tömegegységének közölni kell, hogy megolvadjon az olvadás lappangó hője.

4/

Az olvadási pont függ a nyomástól.

Olvadáskor a testek általában kiterjednek.

Kivételt képez a jég, a bizmuth, ezüst

egy öntött vas. – Ennek folytán az

olvadási pont változik. Jégnél

lejebb száll, más testeknél följebb

Jég olvadási pontja

1 atm. nyomás	0,000
8 – – –	−0,049
16 – – –	−0,129

Víz fajsúlya 0 fokon 0,999875

Jég – – – 0,918

~~[illegible]~~

Szénsav −78

Higany −40

Ólom +332

Vas +1500

Lappangó hő 79 Calorie. Hideg keverékek.

egy rész hó és konyhasó 0 – 18

8 rész Glaubersó és 5 rész sósav (kénsavas natrium) +12 – 18

Megmeredés.

1) Ha a folyadékban egy víz lárdarészecske van akkor a megmeredés az olvadási pontnál nem kezdődik és nem

melegszik.

2) Nincs hőkülönbség a testben

A megmeredés lappangó hője = a megolvadás lappangó hője

Chloroform és mandula olaj keverékben a víz −20 fokra hűthető.

Átmenet gőzállapotba

1) párolgás   2) forrás

párolgás minden hőmérsékletnél addig míg a környezet a folyadék telített gőzeivel telt

elősegítve

1) hőmérséklet emelése által

2) a lég megújítása által

3) a párák elszívatása által

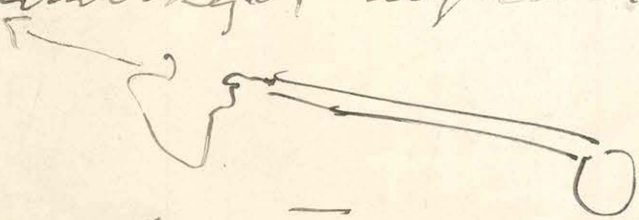
forrás beáll, ha a ~~nyomás~~ hőmérséklet oly nagy hogy annak a folyadéknak telített gőzének nyomása egyenlő a külső nyomással.

Buborék léggyel telt folyadékokban.

Meggyorsítják.

Forralás  légszivattyúban. Üvegcsőben telt folyadék

Forráspontjának meghatározása Regn



Leidenfrost

<u>Kísérletek</u>

1) jég átvágás
2) Regelatio
3) Torricelli kísérlet
4) Kénesőszál a manometerben
5) Kénesőszál az Örsted csövében
6) ~~[illegible]~~ Gőz fejlődés hő mérséklettől függése
7) [illegible]
8)  forralási kísérlet
9) Regnault csöve a víz feszültségének meghatározására
10) Leidenfrost

Kemetéli hőtan 0

melegedés és halmazállapotváltozás
kívül – egyéb teleü adjy idegenü
nemegy mást is.

A calorimetria kiterjed egyéb
tüneményekre is, melyeknek
kíséretében melegedés vagy
olvadás van.

Vegyi egyesülés

Vegyfolyamatok és melegedés
vagy elhűlés együtt lépnek fel

így meg.

H	34460	Zn	O	42450
C	8080	H_2SO_4	H_2O	65
Alcohol	7190			

állati meleg a ~~tep~~ vérbe felvett táplálék oxydálhatás
27,2.

A vegyi egyesülés hőt ad ki.

Mechanikai tünemények.

Összekötő állítások — származás és átváltozás vagy egymás útján. Egyszerű értelemben lehetséges

Joule ... munka és melegedés

egyenértékűsi állandó kísérlet

a munka hő ad ki megint 425

Esésforma Eleven erő ... 424

Összetettebb tünemények. Viselet.

Valamennyi tünemény mechanikaiak.

Melegedés ... a ... valószínűs

mely

$$A_{12} = L_2 - L_1$$ 1

2

$$A_{10} = A_{12} + A_{20}$$

$$A_{12} = A_{10} - A_{20}$$

$$= E_1 - E_2$$ 0

$$E_1 - E_2 = L_2 - L_1$$

$$E_1 + L_1 = E_2 + L_2$$

A rendszer ereje + eleven ereje állandó — csak egymásba alakulhatnak

E a helyzeti L a mozgási erő $E + L = C$.

Ms 5095/31–33.

Eötvös Loránd
kisérleti fizikai
előadásai

Hőtan.

A hideg és meleg érzések. Relativ fogalmak.

Egyenlő hőmérsék. Hőmérséki egyensúly.

melyre külső erő nem hat.
Két test melyek egymásra vegyileg nem hat s melyek egymásra mozgató erőket nem gyakorolnak egymás mellett változatlanul marad. homm. Hőmérsék u ..

Rendesen nem egyszerre a két test hatást gyakorol egymásra.

Szabályok Empiricusak.

1) Az hőmérséki egyensúly változatlan marad más [illegible],

2) A és B egyenlő C vel A is egyenlő B-vel

3) hon A B C. sorrendben

Hőmérséki ~~teptő~~ fokozat. számok által jelölhető. –

Conventiók.

1) A számot növeljük a meleg felé.

2) 0 ~~fok~~ megállapítása és a szám megállapítása.

3) hőmérő választása

~~$T = V$~~ ~~$T = t$~~ $V_t - V_0 = \frac{V_{100} - V_0}{100} T$

~~$T = V_{100}$~~ $T = 100 \cdot \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0}$

$$p t = 100 \frac{p_t - p_0}{p_{100} - p_0}$$

17ik lap. 1) A portugalli Pero Nunez (Petrus Nonius) 1492 ben kicsiny szögletek mérésére módszert talált.
Később ezt a hollandi Peter Werner átalakította mai alakjára. A franciák „Vernier"-nek hívják mivel francia értekezése 1631 ben „Pierre Vernier" névvel van alájegyezve.
(Bauernfeind I 107.)

Nonius egy a főosztályzat mellett eltolható kisebb osztályzat melyen ~~x~~ a főosztályzaton $n+1$ vagy $n-1$ osztályzatra osztott hossz $\underline{n}$ részre van osztva. Méréssel azt keressük mennyivel kell a nonius 0 vonalát a főosztályzat mellett eltolni, hogy az azzal párhuzamosan ~~xx~~ feltételezett hossz kezdőpontjából annak végpontjához jussunk.

előrelépő nonius főosztályzat $n+1$ | hátram. nonius fő $n-1$
nonius n | nonius n

Hátramaradó Nonius.

l hossz a főosztályzaton $n-1$ részre osztva egy osztályr. $= \frac{l}{n-1}$

a nonius n részre osztva egy non. $= \frac{l}{n}$

A különbség $\frac{l}{n-1} - \frac{l}{n} = \frac{n-n-1}{n(n-1)} l = \frac{1}{n}\frac{l}{n-1} = \frac{1}{n}$ osztályrész.

Ha tehát a nonius 0 vonala összeesik a főosztályzat-
vonalával akkor. a Nonius 1 vonala $\frac{1}{n}$ osztályr. hátrább

2 vonala $\frac{2}{n}$ osztályrészszel

3 von $\frac{3}{n}$ osztályrészszel hát-

rább áll mint a sorrendben

neki megfelelő főosztályzati vonal.

Eszerint
A nonius 0 vonalát $\frac{1}{n}$ oszt. kell előretolni hogy 1 Non. összeessék egy fő oszt. vonal

" " $\frac{2}{n}$ oszt. részszel " " 2 non " "

$\frac{3}{n}$ " " " " 3 ——

s. i. t.

Így ha a Nonius 0 vonala a főosztálylyal egy vonalon túl áll de annak 1 vonala összeesik egy főosztályzattal akkor a Nonius Null vonalát megelőző főosztályvonal és a Nonius 0 közötti távolság = $\frac{1}{n}$ osztályr.

Ha a nonius 0 vonala a főosztályt egy vonáson túl áll de annak 2 vonala összeesik egy főosztályvonallal akkor a Nonius

—— = $\frac{2}{n}$ osztályrész

A Nonius nullvonalának távolát adja a követ-
kező megelőző főosztályzati vonaltól, ha a nonius
azon vonalának sorszámát határozzuk meg, mely
egy főosztály vonallal összeesik s azt a nonius
adatával szorozzuk. A nonius adata $\frac{1}{n}$ osztályr.

Comparator.

~~Kathetometer~~

25 lap!

~~Csillagóra~~ nap = a föld egy körülforgási ideje.

„~~Napóra~~ Nap” = Az idő tartam ~~mely alatt~~ ~~elfolyik, mialatt~~ a napot
„~~a földet összekötő~~”
egy föld ~~kerü... irányából kiindulva ahhoz~~ két dél között

Közép ~~óra~~ nap = a

A közép nap 24 óra 1 óra = 60 perc 1 perc = 60 mp.

A középnapév = 366,242202 csillagnap

= 365,242242 középnap.

—

A sűrűség és fajsúlyra vonatkozók.

1) Mousson. Das specifische Gewicht eines Körpers ist das Gewicht ihrer Cubikeinheit. I 117.

Dichte $\Delta = \frac{P}{p}$ p Gewicht des ~~mit dem Körper~~ ~~Masse P gleich~~ ~~Wasser~~ Wasser dessen Volumen gleich ist dem des Gewichtes P.

Müller I 10

2) Das specifische Gewicht eines Körpers ist die Zahl welche angiebt, wie vielmal ein Körper schwerer ist als ein gleiches Volumen Wasser.

Dichtigkeit I, 16. Nach Müller von vielen als mit dem spec. Gewicht gleichbedeutend gebraucht.

3) Newton. Def. 1.

Quantitas Materiae est mensura ejusdem orta ex illius Densitate et magnitudine conjunctim.

4. Maxwell. Electricity I, 5

Dimensions of Density $= \frac{M}{L^3}$

5. Wüllner $\frac{m}{v}$ = Dichtigkeit $\frac{d}{d'}$ = relative Dichtigkeit

$\frac{P}{V}$ = spec. Gewicht $\frac{P}{P'}$ = relatives spec. Gewicht

$\frac{d}{d'} = \frac{p}{p'}$

6. Kohlrausch szilárd s cseppfolyó testekre nézve Dichtigkeit = spec. Gewicht $= \frac{P}{P'}$

Sűrűség, fajsúly folytatás.

7) Kopp. Das Verhältniss ~~eines~~ des Gewichtes eines Körpers zu dem Volum desselben wird als Dichtigkeit bezeichnet; die Zahl, welche ausdrückt, wie vielmal grösser oder kleiner die Dichtigkeit eines Körpers ist, als die eines anderen nennt man das specifische Gewicht des ersteren Körpers bezogen auf das des des Anderen als Einheit.

Elektromos folyamok hatásai a vezetékben.

I Hőtünemények.

a) a vezető huzalokban.

Egy huzalban stationär folyam.

a + egység mely azt végig futja

benne munkát végez mely =

$$= (V'-V)$$

Az idő egység alatt benne végzett

munka

$$= i(V'-V)$$

s miután

$$V'-V = iw$$

e munka

$$= i^2 w$$

a keletkező hő

$$= \frac{1}{K} i^2 w$$

Joule törvénye

Kísérletek, a drót izzítása

b) lánc részben vas részben platinából

c) Keményre izzó drót részben jeges vízbe mártva a kívül álló rész

erősen fehér izzóvá válik.

b) Hőtünemények a választófelületeken.

Sb Antimon e sorozatban melegítésnél
Fe két fém választófelületein a
Zn + electricitás az alsó fémtől
Ag a felső felé folyik
Au
Cu
Pb
Pt
Bi

a Sb Bi elem electromotoros erejé 100 foknyi különbségre a 0,01 Daniell

S ← B S B Zn

Bi Zn

~~az~~ Az electromotoros erő két hőkülönböző felekkel arányos a hőmérséklet különbséggel.

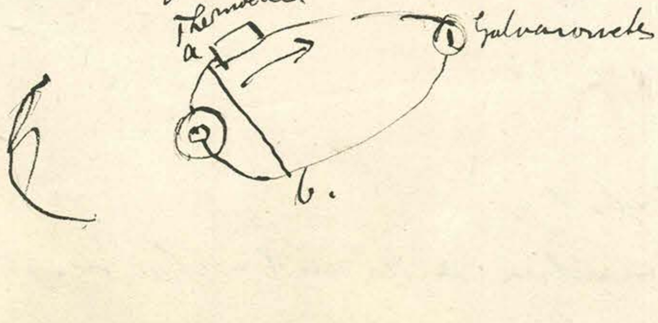
A folyam ezszerint kiegyenlíteni akarja a választófelület hőzetében(?) a különbséget B-ből S be.

Következés ha a folyam B-ből S be megy ott az [illegible]

Ha a hőforrás elvétetik lehűl az SB választófelület. elmelegszik a BS választófelület.

Ha egyenlő hőmérsékletű S B S B folyamot veretünk át akkor lehűl az SB felmelegszik a BS s ez a folyam electromotoros erejének ellenében hat.

Peltier-féle kísérlet.



ha a b vezető éj megszakíttatik a folyamnak egy ideig [illegible]. ha bezáratik és a galvánelem kiiktattatik az ellentett iránya.

Ennek így is kell lenni máskent

perpetuum mobile lenne.

Ha egy vezetőben vagyis munka nincs s az hőfejlés sem végez munkát, akkor a lenne az összes kifejlett hő (a vála[s]ztótelepben és a vezetőben $= 0$ ⁺⁾)

+) Polarizáció. az idő egység alatt [a + irányban] keringő folyadékmennyiség munkája [a választtótelepben] $-Ei$, az annak megfelelő hő $-\frac{Ei}{K}$.

A vezetőben Joule törvénye szerint kifejtett hő $\frac{i^2W}{K}$ az összes hő tehát

$\frac{i^2W}{K} - \frac{Ei}{K}$ vagyis Ohm törvénye

folytán $\frac{i^2w - i^2w}{K} = 0$

II Vegyfolyamatok a vezetőkben

Electrolysis

Minden 2ad osztályú vezető (electrolyt) elbontatik, electrodok

a + electroden a savak a −elen a bázis a fémek a hydrogén válnak ki.

Ugyanazon folyam ugyanazon időben különböző electrolytekből a + electroden ~~oly~~ oly alkatrészeket választ ki melyeknek mennyisége egyértékeikkel arányos. A − electrodon kiválik ezen ~~az~~ a másik alkatrész, azon mennyiségben, melyben a

Vaschlorür Vaschlorid

$FeCl$ Fe_2Cl_3 Cl

Fe Cl $\frac{2}{3}Fe | Cl$

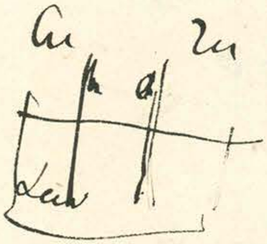
<u>vízelbontása.</u>

Gázelem visszahat.

Galvanometer áramot mutat körben

Polarizatió

Polarizatio az elemben



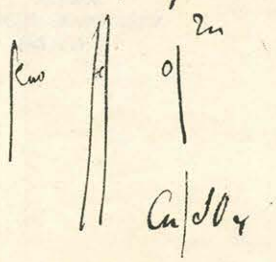
ennek kikerülése

Daniell féle elemben

a réz nem vész ki

Azonban nál tágyas nedvhallatok a szénen

Az összes vegyfolyamatoknak megfelelő hő = az összes vezetékben kifejlő hővel.



Halmazállapotok jellemző sajátságai.

Szilárd testekben erős az alakváltoztatási képességet változtatási ellen.

Cseppfolyós testekben a képességet változ- gáz alakú testekben.

Szilárd testek, alakjukat rendesen visszanyerik ha az alakváltoztató erők hatását megszüntetik. Ezek az rugalmasak.

A rugalmasság határán belül valamennyi szilárd test ilyen, ha az alakváltozás kicsiny.

Ezért üveg hamarabb rugalmasak olom inkább nem.

Rugalmas erő. Nem ugyanaz mint a rugalmasság.

Erős és puha van.

A testek abszolut erőssége

a hol egy ~~távot~~ távol van a ruga-

nyomási határától ott

nyújtható testünk

Rugalmas utóhatás.

Kis eltolódásoknak a

rugalmas erő arányos a

eltolódásokkal,, innét ugya

szerű isochron rezgések.

$$\lambda = \frac{lP}{qE}$$

$$\lambda = \frac{lmg}{qE} \qquad \frac{E}{g}$$

m kilogrammokban.

Vasdrót 1000 mm. hosszú 8 mm átmérőjű $\cdot 0,4^2, 3,14 = 0,5$ mm.

5 kilogr.-nál meghosszabbodott 0,53 mm.

tehát

$$\frac{E}{g} = \frac{1000}{0,53} \cdot \frac{5}{0,5} = 19,000$$

Kihúzott drótokra nézve : Wertheim

	$\frac{E}{g}$	rugalmassági határ	absolut erősség
ólom	1800	0,25 kilogr	2,07
Arany	8100	13,5	27
réz	12400	12	40
vas	19000	32	61
acél	21000	42	70

A csavarás ellenében működő erő forgási nyomatéka

$$\tau \frac{\pi r^4}{l} w \qquad P \text{ erő } L \text{ karral}$$

$$PL = \tau \frac{\pi r^4}{l} w$$

Összenyomhatóság nagyon csekély csak a milliomodba megy.

Rugalmas testek ütközése.

Az ütközés ideje acél acéllyal

83 milliméter magasságból

esve az ütközés ideje 0,0002 másodperc.

Golyók egyenes ütközése

~~$v_1 - \delta v_1$~~

$$V_1 - v_1$$

$$V_1 - v_1$$

v_1 $\quad m_1 v_1 = m_2 v_2$

$$\frac{v_1}{m_2} = \frac{v_2}{m_1}$$

~~$m_1 V_1 - m_1 v_1 =$~~

$$v_1 - \delta v_1 = v_1' \qquad v_2 - \delta v_2 = v_2'$$

$$m_1 v_1' - m_2 v_2' = m_1 v_1 -$$

~~$v_1 = v_1'$~~

$$m_1 v_1 - m_1 v_1' = m_2 v_2 - m_2 v_2'$$

$$\frac{1}{2} m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = \frac{1}{2} m_2 (v_2^2 - v_2'^2)$$

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Capillaritás.

Azt mondottuk, a folyadékrészek nem fejtenek ki erőt alakváltoztatás ellenében, tehát a részecskék szabadon mozgathatók. Ez nem áll.

A részek között működnek erők, melyek mindenekelőtt az összetartást okozzák. Azonkívül viscositás. [illegible] sajátságok ~~[illegible]~~
az erők, elenyésző kicsiny távolban hatnak(*)

~~Kö~~ .. Felületi réteg – szappanbuborék, oldatokban.

~~Kön~~ Sűrűdés a szilárd testek felületén. Wilhelmy { Aethyl alkohol.

Szabad felületi réteg, és választófelületi réteg.

*) Szappanbuborék vastagsága 0,000056 m.m { ezüstön 0,015 ~~üveg 0,125~~ üveg 0,012 } millim. Millig

~~Víz~~ Ezüst víz és üveg között 0,000054

A hatások csak kicsiny távolban érezhetők

és a felületi munka mindig negatív.

Ütö

de a ~~hatás~~ választó felületi munka vagy + vagy –

+ üveg víz | – higany üveg |

A szabad felület lehetőleg kicsiny legyen.

Plateau | gyűrűje, | drót alakjai |.

Viszont ha alapja éles víznél üvegen a körös felület leteló nagy lyugen — a víz az élbe befelé folyik.

Higanynál megfordítva.

Szilárd test benedvesítve

~~α = akkor~~

α positív akkor

akkor megnedvesítve,

a érintkezési szöglet = 0

α negatív.

Körös érintkezési szöglet

$$\cos\varphi = -\frac{\alpha}{\beta}$$

Két párhuzamos lemez közt egyensúly helyzetet

h a magasság felfelé

$$h l D \varepsilon \sigma g - 2\varepsilon l \alpha = 0$$

$$h = \frac{2\alpha}{D\sigma g}$$ fordítva arányos a magassággal

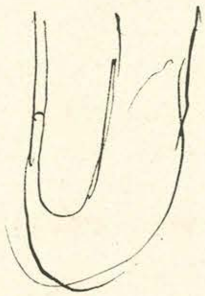
$$x = \frac{2\alpha}{D\sigma g}$$ D = egységnyi

~~2π~~ a külső edénybe bejövén

~~$\lambda D\varepsilon$ [illegible]~~

$\cancel{F\varepsilon' = \lambda D\varepsilon}$

$\cancel{\varepsilon' = \frac{\lambda D}{F}}$



~~$2\pi\varrho$~~

$- 2\pi\varrho\,\varepsilon\,d$

A Capillaritás elmélete.

~~A feltét hogy~~ A Newtonféle
törvény ~~az~~ azon eredményhez
vezet, hogy oly testek ~~határa~~
melyeknek tömege elenyészők
a föld tömegéhez képest ~~a tá-~~
~~vútól felvev~~ egy pontra bír-
hol felüdjék és az csak
oly erővel hatnak, mely az
ugyanazon a föld által gya-
korolt erőhöz képest elenyésző
kicsiny. — Hogy ez állítás
helyes látjuk a következőkből.
~~Ha a pont a testtől véges~~
~~távolságban felesik akkor~~
~~a dolog világos~~
Minden test ~~test határa~~ által kifejtett
erő azon rendű lesz mint az azon beirt gömb által kifejtett ereje

$$\frac{\sigma 4\pi r}{3} \qquad \sigma\frac{4}{3}\pi R$$

Ha tehát r kicsiny R hez képest
úgy ez kicsiny akkor. —
És megis azt látjuk hogy ezzel
ellentétben bizonyos jelenségek
jönnek létre — így a tapadás

Mogyás vékony csövekben
egy nóval a Capillaris
jelenetek.

Capillaris haj

E jelenetek kis koros olva.
~~Jurin~~ Jurin már Az emelkedés ~~egy~~ nyyanaron Phil Tr. 1718
folyadékra és szilárd testre
nézve megfordítva arányos
a erő belső át mérőjével. –
Clairault. Théorie de la 1743 és 1808
Figure de la terre.
Az erőre nézve semmi feltételt
nem tett. –
Young Philosophical Trans. 1805
Feltéveste hogy a folyadék
és szilárd fal által képezett
szöglet állandó. –
Laplace Supplement au livre X de la Mec. céleste 1806
Feltevési hogy homogén testek
egész ~~feltételükban~~ kis távolságokban az homogének
hogy az erő végtelen kis
távolságokban véges véges
távolságokban végtelen kicsiny
és hogy az érintkezési szög

állandó, ebből egy rész
~~oda jut hogy a~~ ebből
egy a folyadékban felvett
cső ~~állandóságának~~ egyen-
súlyának tekintetbe véte-
lével oda jut hogy a
nyomást meghatározza
bármely pontban és
sok más elmeletet ma-
gyaráz meg. —

Gauss Principia generalia
figurae fluidorum in
statu aequilibrii 1830
Pontrendszer Young tételét
is bebizonyítja felvéve
az állandó sűrűséget

Poisson Nouvelle théorie
de l'action capillaire 1831.
Felvéti hogy homogén
nem lehet — s oda jut
hova Laplace. —

Az hogy homogén nem lehet
Wilhelmy Pogg. Ann. 1863 és 1864 kimutatta

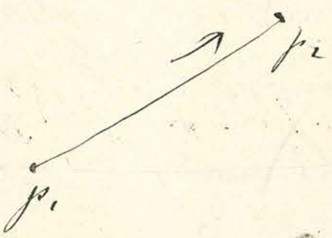
folyadékba mártott
testek súly változása által
hogy nem ér semmit.
Egyeberánt kitűnt hogy
kondenzálás csak megelőzi tex.
Morrison <u>1871</u> Bemerkungen
über die Theorie der Capillarität.

Visszaverítés

Pontok között ható vonzó v.
erőkre.

Pontok ... elenyésző kicsiny
méretűek távolság

<u>Két pont</u> $\begin{matrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{matrix}$



$$r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$$

p_1 re ható vonzó erő legyen R $\qquad$ $R\cos\alpha \quad R\cos\beta \quad R\cos\gamma$.

akkor annak összetevői

$$R\frac{x_2 - x_1}{r} \qquad y \qquad 2r\frac{\partial r}{\partial x_1} = 2(x_1 - x_2)$$

$$\cancel{\ } \qquad \frac{x_2 - x_1}{r} = -\frac{\partial r}{\partial x_1}$$

$$-R\frac{\partial r}{\partial x_1} \qquad -R\frac{\partial r}{\partial y_1} \qquad -R\frac{\partial r}{\partial z_1}$$

ha most tessük

$$\int R\,dr = P$$

vagy $\frac{dP}{dr} = R$ tehát

$$-\frac{\partial P_{12}}{\partial x_1} \quad - - - -$$

$$\cancel{-\frac{\partial P_{12}}{\partial x_2}} \qquad R\frac{x_1 - x_2}{r_{12}} \qquad \frac{\partial r}{\partial x_2} = x_2 - x_1$$

n pont.

$x_1 \quad \cdots \quad n.$

Newtonnál $P_{12} = -\frac{m_1 m_2}{r_{12}}$ másutt a szoró

$$P_{12} = P_{21}$$

$$X = -\frac{\partial \{P_{12} + P_{13} + \cdots \}}{\partial x_1}$$ és a poz

$$P_{21} \cdots$$

$$U = -(P_{12} + P_{13} + P_{14} + \cdots P_{1n} + P_{23} + P_{24} + P_{34}$$

P_1 $\quad P_{12}\ P_{13}\ P_{14}\ P_{15}\ P_{16} \cdots P_{1n}$

$P_{23}\ P_{24}\ P_{25}\ P_{26} \cdots P_{2n}$

P_{34}

U Hamilton erőfüggvény

7